Методы — анализы — стандарты

Methods — Analysis — Standards /
Methoden — Analysen — Normen

УДК 51-7:528.94:551.4

Флоринский И.В.

Иллюстрированное введение в геоморфометрию

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 15-07-02484.

Флоринский Игорь Васильевич, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, Институт математических проблем биологии РАН — Филиал Федерального исследовательского центра «Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН», Пущино, Россия
E-mail: iflor@psn.ru; igor-v-florinsky@j-spacetime.com

В статье рассматриваются базовые математические понятия геоморфометрии. Приводятся определения, формулы и краткие интерпретации 26-ти локальных, нелокальных, солярных и комбинированных морфометрических величин. Для иллюстрации математических понятий геоморфометрии использована цифровая модель высот (ЦМВ) горного массива Арарат, выделенная из глобальной ЦМВ SRTM1. Обработка ЦМВ проведена с помощью универсального спектрально-аналитический метода. Для всех рассмотренных морфометрических величин представлены трехмерные цветные карты Арарата.

Ключевые слова: рельеф, поверхность, геоморфометрия, морфометрическая величина, кривизна, цифровое моделирование рельефа, спектрально-аналитический метод.

1. Введение

Рельеф является одним из основных факторов, определяющих ход и направленность процессов, протекающих в приповерхностном слое планеты. В частности, рельеф является одним из основных факторов почвообразования *[Gerrard 1981]*, так как во многом определяет (микро)климатические и метеорологические характеристики, влияющие на гидрологический и тепловой режим почв *[Geiger 1966]*, предпосылки латерального переноса воды и других веществ вдоль земной поверхности и в почве под действием гравитации *[Kirkby, Chorley 1967; Speight 1980]*, а также пространственное распределение растительного покрова *[Franklin 1995]*. Вместе с тем, будучи результатом взаимодействия эндогенных и экзогенных процессов различного масштабного уровня, рельеф может выступать индикатором геологического строения территории *[Penck 1953; Burbank, Anderson 2012]*. В этой связи, качественная и количественная информация о рельефе широко применяется в науках о Земле.

Вплоть до 90-х годов прошлого века основным источником количественной информации о рельефе являлись топографические карты, при анализе которых использовался методический аппарат морфометрии *[Mark 1975]*, в частности, для «ручных» вычислений морфометрических характеристик (напр., крутизны склонов, горизонтальной и вертикальной расчлененности и др.) и составления морфометрических карт *[Horton 1945; Strahler 1957; Clarke 1966]*.

В середине 50-х годов прошлого века в фотограмметрии возникло новое направление — цифровое моделирование рельефа (digital terrain modeling) *[Rosenberg 1955]*. В рамках этого направления основными носителями информации о рельефе стали цифровые модели высоты (ЦМВ; digital elevation models, DEMs) — дискретные двумерные функции высоты, используемые для расчетов цифровых моделей рельефа (ЦМР; digital terrain models, DTMs) — дискретных двумерных функций морфометрических характеристик.

Усложнение задач научных и практических исследований, необходимость снижения уровня их субъективности и обеспечения воспроизводимости определили переход от традиционных ручных морфометрических методов к подходам цифрового моделирования рельефа. Этому способствовало развитие физико-математической теории топографической поверхности в поле гравитации *[Krcho 1973; Evans 1979; Шарый 1991; Shary 1995; Shary et al. 2002]*. По мере развития компьютерных и аэрокосмических технологий, цифровое моделирование рельефа или геоморфометрия (geomorphometry) оформилось в научную дисциплину, предметом которой является математическое моделирование и анализ рельефа, а также взаимосвязей между ним и другими компонентами геосистем. В настоящее время геоморфометрия широко используются для решения задач геоморфологии, гидрологии, почвоведения, геоботаники, геологии, гляциологии, океанологии, климатологии и других наук о Земле — см. аналитические обзоры *[McCullagh 1988; Moore et al. 1991; Band 1993; Florinsky 1998a; Deng 2007]* и монографии *[Wilson, Gallant 2000; Li et al. 2005; Hengl, Reuter 2009; Florinsky 2012]*.

Для успешного применения методов цифрового моделирования рельефа на практике исследователь должен знать базовые математические понятия геоморфометрии, ориентироваться в системе морфометрических величин и понимать их физико-математический смысл. Прояснению этих вопросов посвящена данная статья.

2. Топографическая поверхность. Определение и ограничения

Геоморфометрия изучает следующие типы реальных поверхностей:

1. Рельеф земной поверхности (поверхность раздела сред «литосфера–атмосфера»).
2. Подводный рельеф (поверхность раздела сред «литосфера — гидросфера»).
3. Ледяной рельеф (поверхность раздела сред «гляциосфера — атмосфера»).
4. Подледный рельеф (поверхность раздела сред «гляциосфера — литосфера»).
5. Рельеф внеземных территорий (поверхность раздела сред «литосфера — космос» или «литосфера — атмосфера», если атмосфера существует).
6. Поверхности почвенных горизонтов, стратиграфических горизонтов и геологических структур (контактные поверхности между смежными почвенными горизонтами, стратиграфическими горизонтами и геологическими телами).

Для проведения математического моделирования и анализа эти сложные негладкие поверхности, как правило, аппроксимируют топографической поверхностью.

Топографической поверхностью (topographic surface) называется замкнутое ориентированное бесконечно дифференцируемое двумерное многообразие S в трехмерном евклидовом пространстве E^3.

При этом выполняются пять ограничений *[Evans 1979; Shary 1995]*:

1. Топографическая поверхность определяется гладкой однозначной функцией двух переменных

$$z = f(x, y), \tag{1}$$

где z — высота, x и y — декартовы координаты. Это условие, в частности, означает, что пещеры, гроты и подобные им формы рельефа не рассматриваются.

2. Функция z (**1**) является гладкой, т.е. топографическая поверхность имеет производные всех порядков. В геоморфометрии систематически используются первые (p и q), вторые (r, t, и s) и третьи (g, h, k, и m) частные производные высоты:

$$\begin{gathered} p = \frac{\partial z}{\partial x}, \quad q = \frac{\partial z}{\partial y}, \\ r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \quad t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \quad s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \\ g = \frac{\partial^3 z}{\partial x^3}, \; h = \frac{\partial^3 z}{\partial y^3}, \; k = \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}, \; m = \frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}. \end{gathered} \tag{2}$$

3. Топографическая поверхность находится в однородном гравитационном поле. Реальный рельеф естественным образом расположен в поле притяжения, а его описание (составление ЦМВ) всегда в неявном виде учитывает направление вектора ускорения силы тяжести. Это условие выполнимо для относительно небольших фрагментов геоида, для которых эквипотенциальная поверхность может быть заменена плоскостью.

Из этого вытекает следующее ограничение:

4. Плановые размеры топографической поверхности существенно меньше радиуса планеты. Подразумевается, что кривизной планеты можно пренебречь, если размеры участка не превышают 0.1 от радиуса планеты.

5. Топографическая поверхность является масштабно зависимым объектом *[Clarke 1988]*. Это условие означает, что «фрактальную» компоненту рельефа можно считать высокочастотным шумом. В геоморфометрии фрактальные модели, как правило, не используются.

3. Морфометрические величины

3.1. Общие сведения

Морфометрической характеристикой (параметром, величиной, показателем) называют однозначную функцию двух переменных $\omega = u(x, y)$, описывающую свойства топографической поверхности.

В данной статье рассматриваются, преимущественно, фундаментальные морфометрические величины, связанные с понятиями дифференциальной геометрии и теории топографической поверхности *[Shary 1995; Shary et al. 2002]*. Такой подход связан с концепцией общей геоморфометрии, которая определяется как «измерение и анализ таких характеристик элементов рельефа, которые применимы к любой непрерывный шероховатой поверхности» *[Evans 1972, p. 18]*.

Выделяют четыре основные группы морфометрических величин:

1. Локальные величины.
2. Нелокальные величины.

3. Солярные величины.
4. Комбинированные величины.

Термины *локальный* и *нелокальный* здесь используются вне зависимости от размера участка и разрешения ЦМР. Их применение связано с физико-математическим смыслом конкретной морфометрической величины (см. ниже).

Будучи морфометрической характеристикой, высота не входит ни в одну из указанных групп. При этом все морфометрические величины вычисляются по ЦМВ.

3.2. Локальные морфометрические величины

Локальной морфометрической величиной (local morphometric variable) называют однозначную функцию двух переменных $\omega = u\ (x, y)$, описывающую геометрию топографической поверхности в окрестностях данной точки поверхности *[Speight 1974]* вдоль направлений, задаваемых одной из двух пар взаимно перпендикулярных нормальных сечений (**рис. 1**).

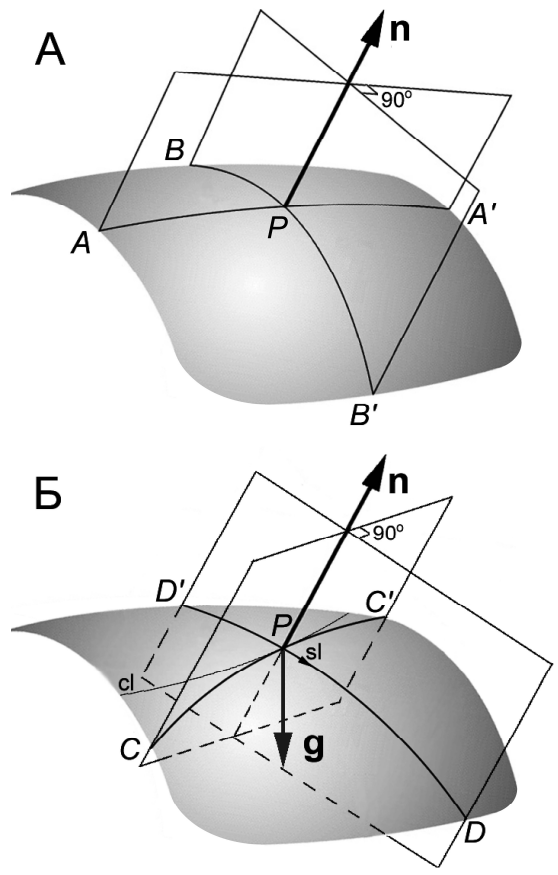

Рис. 1. Две пары нормальных сечений в точке *P* топографической поверхности:
А. Главные сечения *APA'* и *BPB'*.
Б. Нормальные сечения *CPC'* и *DPD'*, выделенные гравитацией. **n** — внешняя нормаль к поверхности, **g** — вектор ускорения силы тяжести, *cl* — горизонталь, *sl* — линия скольжения.

Нормальным сечением называется кривая, которая образована пересечением поверхности с плоскостью, включающей в себя нормаль к поверхности в данной точке *[Погорелов 1974]*. В каждой точке топографической поверхности можно построить бесчисленное множество нормальных сечений, однако только две пары из них имеют значение в геоморфометрии.

Первой парой взаимно перпендикулярных нормальных сечений являются главные сечения *APA'* и *BPB'*, которые хорошо известны из дифференциальной геометрии *[Погорелов 1974]* (**рис. 1А**). Это нормальные сечения, которые обладают максимальным и минимальным изгибом в данной точке *P* топографической поверхности.

Вторая пара взаимно перпендикулярных нормальных сечений *CPC'* и *DPD'* выделяется гравитационным полем *[Шарый 1991]* (**рис. 1Б**). Нормальное сечение *DPD'* включает в себя вектор ускорения силы тяжести **g** и имеет общую касательную с линией скольжения[1] в данной точке *P* топографической поверхности. Нормальное сечение *CPC'* тангенциально

[1] Линией скольжения называется пространственная кривая на топографической поверхности, касательная к которой в каждой точке совпадает с тангенциальной составляющей вектора ускорения силы тяжести *[Cayley, 1859]*.

горизонтали[2] в данной точке *P* топографической поверхности.

[2] Горизонталью называется множество точек пересечения топографической поверхности и горизонтальной плоскости *[Cayley, 1859]*.

Двум указанным парам нормальных сечений соответствуют два класса локальных морфометрических величин: атрибуты форм и атрибуты потоков *[Shary 1995; Shary et al. 2002]*.

Атрибуты форм (form attributes) связаны с главными сечениями. Эти величины являются инвариантами гравитационного поля, т.е. они не зависят от направления вектора ускорения силы тяжести. К атрибутам форм относятся две главных кривизны — минимальная кривизна (k_{min}) и максимальная кривизна (k_{max}), средняя кривизна (H), Гауссова кривизна (K), несферичность (M), лапласиан (∇^2) и некоторые другие.

Атрибуты потоков (flow attributes) связаны с нормальными сечениями, выделенными гравитацией. Эти величины зависят от направления вектора ускорения силы тяжести. К атрибутам потоков относятся крутизна склона (G), экспозиция склона (A), северность (A_N), восточность (A_E), кривизна горизонтали (k_p), горизонтальная кривизна (k_h), вертикальная кривизна (k_v), избыточная горизонтальная кривизна (k_{he}), избыточная вертикальная кривизна (k_{ve}), разностная кривизна (E), аккумуляционная кривизна (K_a), кольцевая кривизна (K_r), ротор (rot), производящая функция (T) и некоторые другие.

Во избежание недоразумений, следует отметить, что существует путаница в терминологии локальных морфометрических величин. Во-первых, горизонтальную кривизну (horizontal curvature) часто путают с кривизной горизонтали (plan curvature). Во-вторых, горизонтальную и вертикальную (horizontal и vertical) кривизны часто называют тангенциальной

и профильной (tangential и profile) кривизнами, соответственно. В-третьих, в некоторых работах по геологии и геофизике углеводородов используются термины strike curvature, dip curvature, dip angle и azimuth для обозначения горизонтальной кривизны, вертикальной кривизны, крутизна склона и экспозиция склона, соответственно.

Локальные характеристики рельефа являются функциями частных производных высоты (**2**). Их расчет проводится либо конечно-разностными методами *[Evans 1979; Zevenbergen, Thorne 1987; Shary 1995; Florinsky 1998b; Florinsky 2009]*, либо с помощью универсального спектрально-аналитического метода *[Florinsky, Pankratov 2015]*.

3.3. Нелокальные морфометрические величины

Нелокальной морфометрической величиной (nonlocal morphometric variable) называют однозначную функцию двух переменных $\omega = u\ (x,\ y)$, описывающую относительное положение данной точки на топографической поверхности *[Speight 1974]*.

К нелокальным морфометрическим величинам относятся, в частности, водосборная площадь (*CA*) и дисперсивная площадь (*DA*). Для определения значений нелокальной морфометрической характеристики необходим анализ территории, границы которой могут быть существенно удалены от данной точки поверхности (например, всего вышележащего водосборного бассейна) (**рис. 2**).

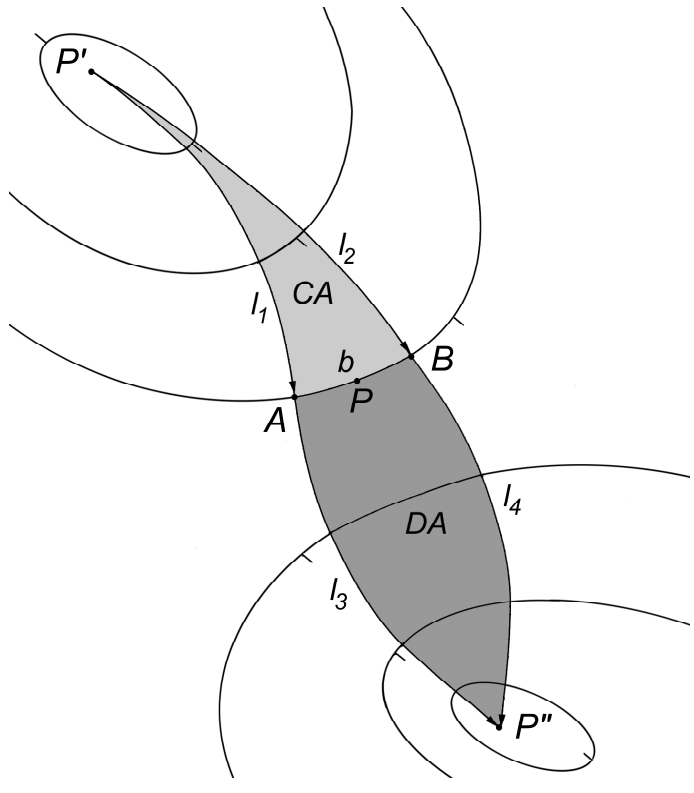

Рис. 2. Схема для определения водосборной и дисперсивной площадей в точке *P* топографической поверхности: *CA* и *DA* — площади фигур *P'AB* (светло-серая) и *P"AB* (темно-серая), соответственно; *b* — длина отрезка горизонтали *AB*; l_1, l_2, l_3 и l_4 — длины линий скольжения *P'A*, *P'B*, *AP"* и *BP"*, соответственно.

Расчет нелокальных морфометрических величин проводится с помощью логических алгоритмов маршрутизации потока (flow routing) *[O'Callaghan, Mark 1984; Martz, de Jong 1988; Freeman 1991; Quinn et al. 1991; Tarboton 1997]*.

Определения и интерпретации нелокальных морфометрических величин используют такие понятия, как поток, линия тока и водосбор. Необходимо подчеркнуть, что эти морфометрические характеристики описывают топографическую, а не реальную поверхность, вне зависимости от ее происхождения и наличия воды или других жидкостей.

3.4. Солярные морфометрические величины

Солярной морфометрической величиной (solar morphometric variable) называют однозначную функцию двух переменных $\omega = u\ (x,\ y)$, описывающую взаимоотношения между топографической поверхностью и солнечной радиацией в окрестностях данной точки поверхности.

К солярным морфометрическим величинам относятся, в частности, отражательная способность (*R*) и инсоляция (*I*). Солярные морфометрические величины являются функциями первых частных производных высоты (**2**) и углов, определяющих положение Солнца на небесной полусфере (**рис. 3**).

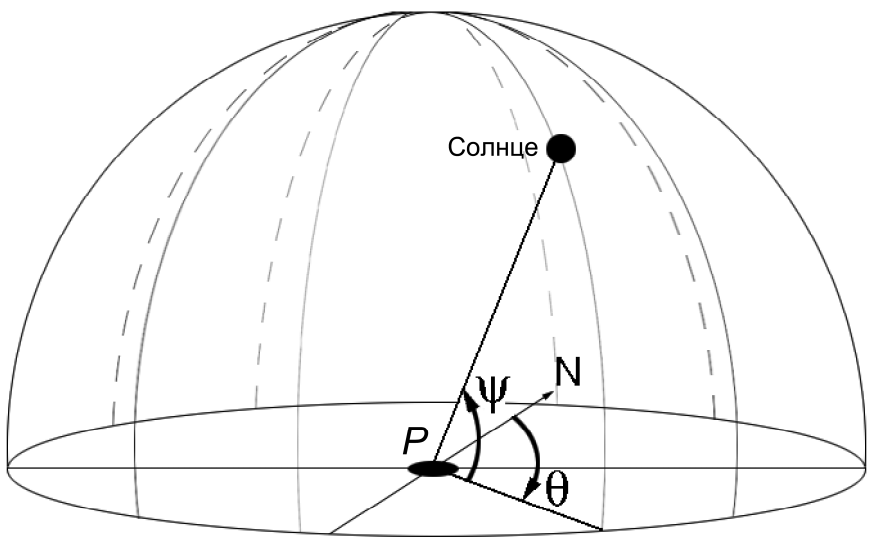

Рис. 3. Схема для определения солярных морфометрических характеристик в точке *P* топографической поверхности:
θ — азимут Солнца (solar azimuth),
ψ — высота Солнца (solar elevation),
N — направление на север.

Расчет солярных морфометрических величин основан либо на конечно-разностных методах *[Evans 1979; Zevenbergen, Thorne 1987; Shary 1995; Florinsky 1998b; Florinsky 2009]*, либо на универсальном спектрально-аналитическом методе *[Florinsky, Pankratov 2015]*.

3.5. Комбинированные морфометрические величины

Морфометрические величины могут быть эмпирически составлены из нескольких локальных и/или нелокальных величин. Морфометрические индексы, комбинирующие локальные и нелокальные величины, учитывают как локальную геометрию топографической поверхности, так и относительное положение данной точки на поверхности.

К комбинированным морфометрическим величинам (combined morphometric variables) относят, в частности, топографический индекс (*TI*) и индекс мощности потоков (*SI*).

Расчет комбинированных морфометрических величин проводится последовательным применением методов для расчета локальных и нелокальных характеристик с последующей арифметической комбинацией результатов этих расчетов.

4. Краткая характеристика морфометрических величин

4.1. Материалы и методы

Для иллюстрации морфометрических величин нами была использована ЦМВ горного массива Арарат (**рис. 4**). Участок расположен между 44,2° и 44,5° в.д., и 39,6° и 39,8° с.ш. (размеры участка 18′ × 12′). ЦМВ, построенная на сетке сфероидических трапеций, была выделена из квази-глобальной ЦМВ SRTM1 *[Farr et al. 2007; USGS 2015]*. ЦМВ включает 779 401 точек (матрица 1081 × 721); шаг сетки 1″.

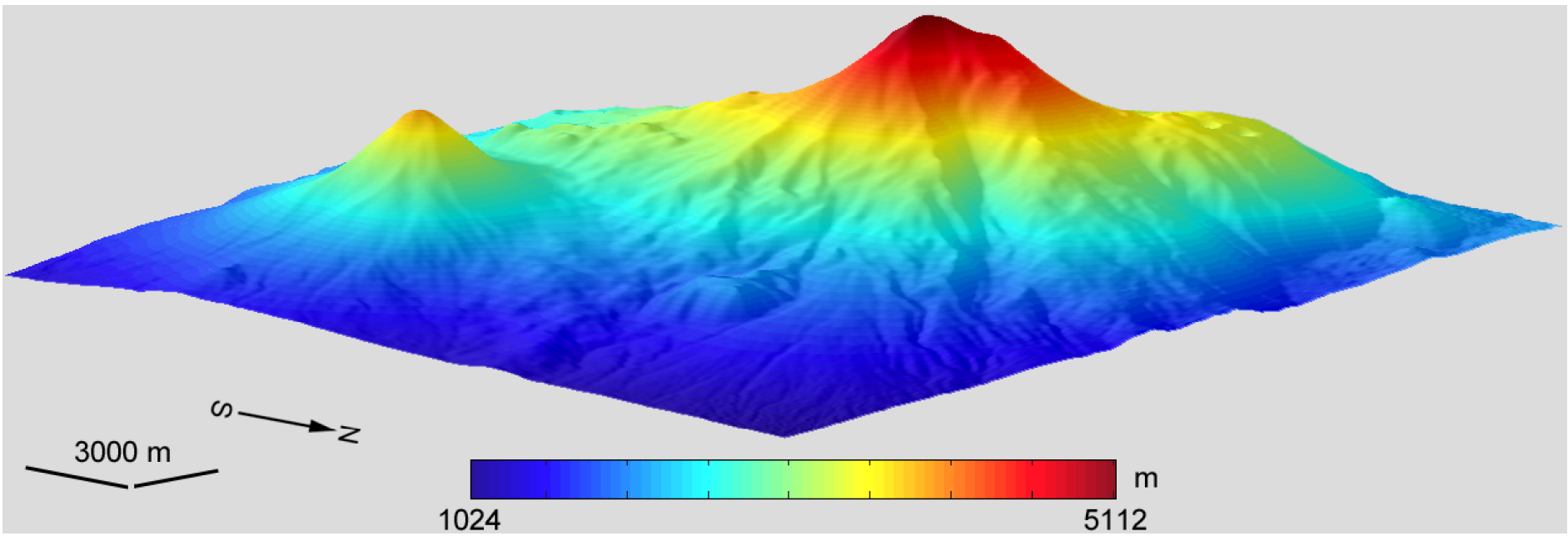

Рис. 4. Арарат, высоты

Для аппроксимации высоты, а также расчета локальных и солярных морфометрических величин нами был применен универсальный спектрально-аналитический метод *[Florinsky, Pankratov 2015]*; при этом использовалось 300 коэффициентов разложения исходной функции высоты по полиномам Чебышева I рода. Расчет нелокальных морфометрических величин был проведен методом Мартца — де Янга *[Martz, de Jong 1988]*, адаптированным к сетке сфероидических трапеций *[Florinsky 2012]*. Для расчета комбинированных морфометрических величин последовательно применялись адаптированный к сетке сфероидических трапеций метод Мартца — де Янга *[Martz, de Jong 1988; Florinsky, 2012]* и универсальный спектрально-аналитический метод *[Florinsky, Pankratov 2015]*.

Морфометрические величины обычно характеризуются широким динамическим диапазоном значений. Чтобы избежать потерь информации об их пространственном распределении при картографировании, применяют логарифмическое трансформирование следующего вида *[Shary et al. 2002]*:

$$\Theta' = \operatorname{sign}(\Theta)\ln(1 + 10^{nm}|\Theta|), \qquad (3)$$

где Θ' и Θ — трансформированное и исходное значения морфометрической величины, соответственно; n = 0 для нелокальных величин, n = 2,…, 9 для локальных величин; m = 2 для K, K_a и K_r, m = 1 для других величин. Выбор значения n зависит от шага сетки ЦМР. В данной работе использовалось n = 5. Такая форма логарифмического трансформирования учитывает, что морфометрические характеристики могут принимать как положительные, так и отрицательные значения.

При построении трехмерных морфометрических карт использовалось двукратное вертикальное преувеличение масштаба.

Обработка данных и трехмерное картографирование осуществлено с помощью программы Matlab R2008b и авторской программы LandLord 4.0.

4.2. Локальные морфометрические величины

Атрибуты потоков

4.2.1. Крутизна склонов

Крутизна склонов (slope gradient, *G*) — угол между горизонтальной и тангенциальной плоскостями в данной точке топографической поверхности *[Шарый 1991]*:

$$G = \operatorname{arctg}\sqrt{p^2 + q^2}\ . \qquad (4)$$

Крутизна склонов является неотрицательной величиной, изменяющейся в диапазоне от 0 до 90. Единица измерения — градус.

Крутизна склонов (**рис. 5**) определяет скорость потоков, перемещающихся вдоль земной поверхности под действием гравитации.

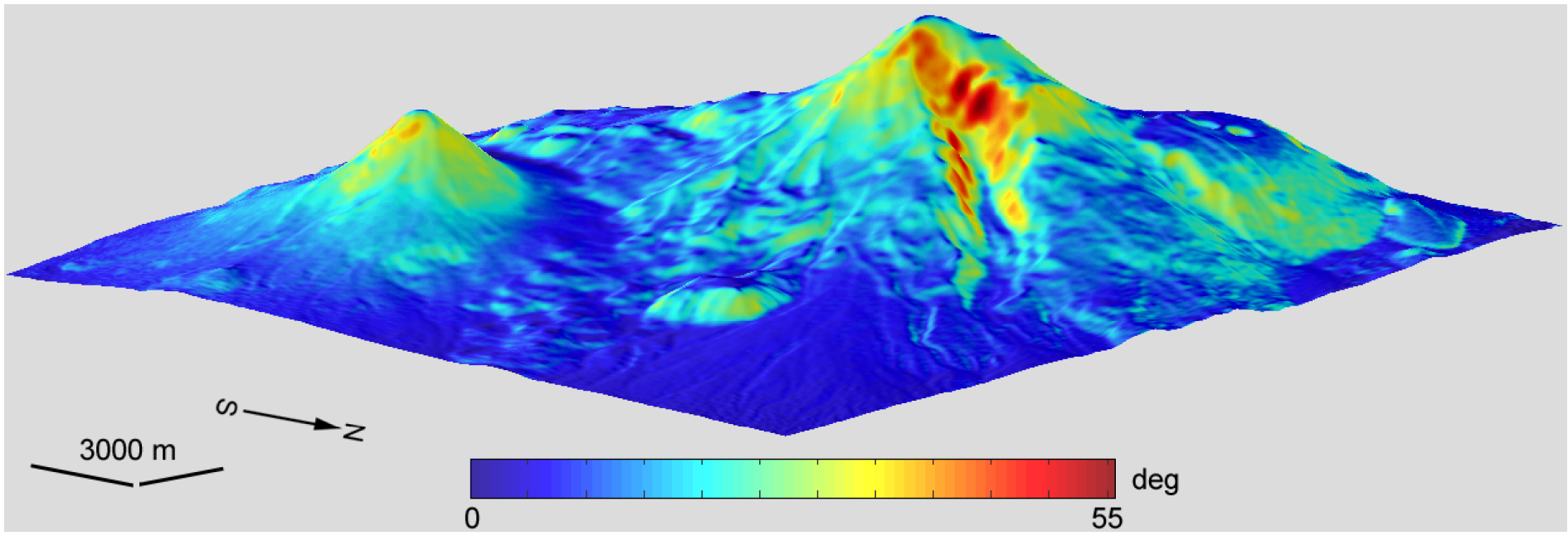

Рис. 5. Арарат, крутизна склонов

4.2.2. Экспозиция склонов

Экспозиция склонов (slope aspect, *A*) — угол, отсчитываемый по часовой стрелке, между направлением на север и проекцией внешней нормали на горизонтальную плоскость в данной точке поверхности *[Shary et al. 2002]*:

$$A = -90\left[1 - \operatorname{sign}(q)\right]\left(1 - \left|\operatorname{sign}(p)\right|\right) + 180\left[1 + \operatorname{sign}(p)\right] - \frac{180}{\pi}\operatorname{sign}(p)\arccos\left(\frac{-q}{\sqrt{p^2 + q^2}}\right). \quad (\mathbf{5})$$

Экспозиция склонов является неотрицательной величиной, изменяющейся в диапазоне от 0 до 360. Единица измерения — градус.

Экспозиция склонов (**рис. 6**) определяет направление потоков, перемещающихся вдоль земной поверхности под действием гравитации.

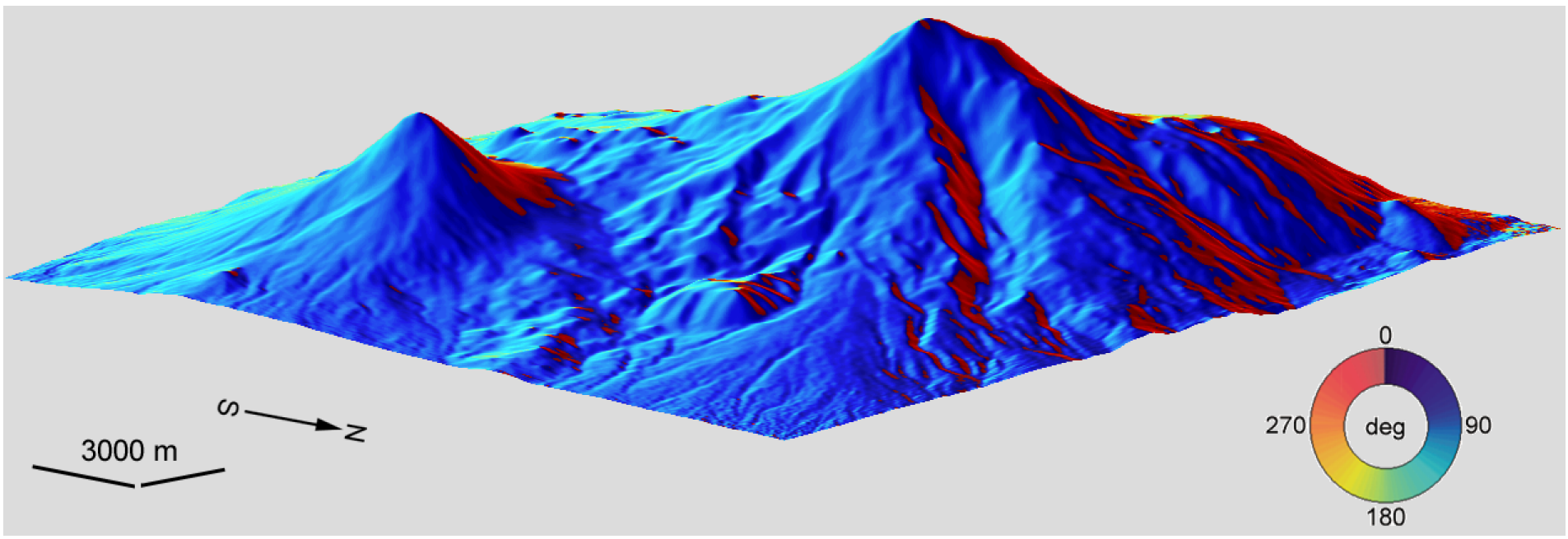

Рис. 6. Арарат, экспозиция склонов

4.2.3. Северность и восточность

Экспозиция склонов является циклической величиной: ее значения изменяются от 0° до 360°, причем оба эти значения соответствуют направлению на север. Поэтому *A* не может использоваться в линейном статистическом анализе. Чтобы избежать этой проблемы, применяются два локальных индекса: северность (northerness, A_N) и восточность (easterness, A_E) *[King et al. 1999]*:

$$A_N = \cos A, \quad (\mathbf{6})$$

$$A_E = \sin A. \quad (\mathbf{7})$$

Северность (**рис. 7**) и восточность (**рис. 8**) являются безразмерными величинами. A_N принимает значения 1, –1 и 0 на северных, южных и восточных / западных склонах, соответственно. A_E принимает значения 1, –1 и 0 на восточных, западных и северных / южных склонах, соответственно.

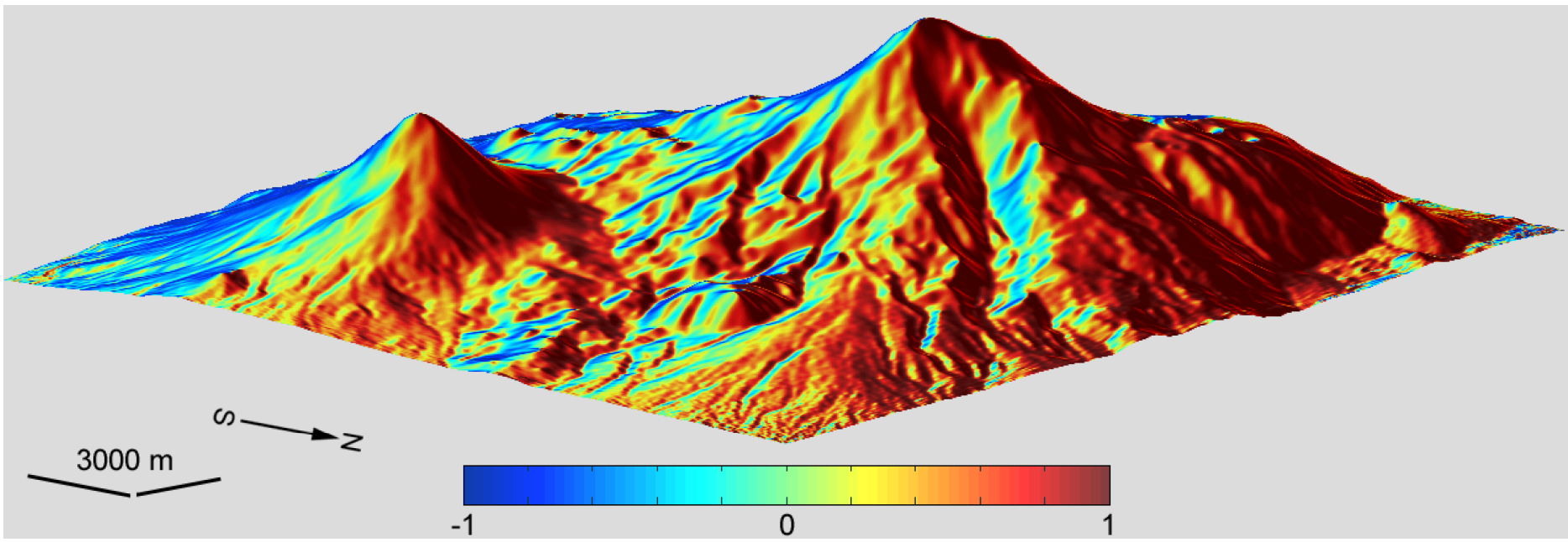

Рис. 7. Арарат, северность

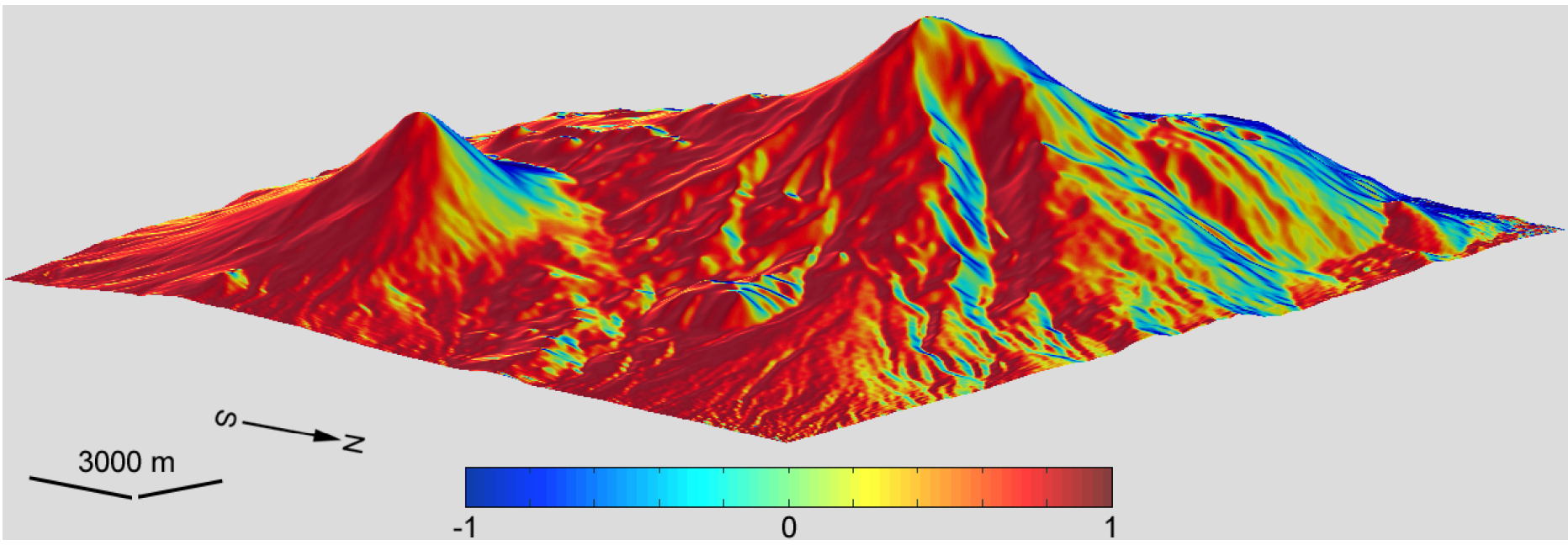

Рис. 8. Арарат, восточность

Северность и восточность подчеркивают северный / южный и восточный / западный тренды в пространственном распределении склонов.

4.2.4. Кривизна горизонтали

Кривизна горизонтали (plan curvature, k_p) — кривизна линии горизонтали в данной точке топографической поверхности *[Krcho 1973; Evans 1979]*:

$$k_p = -\frac{q^2 r - 2pqs + p^2 t}{\sqrt{(p^2 + q^2)^3}}. \qquad (8)$$

Кривизна горизонтали может принимать положительные, отрицательные и нулевые значения. Единица измерения — м$^{-1}$.

Кривизна горизонтали (**рис. 9**) — мера конвергенции линий тока[3]. Линии тока конвергируют при $k_p < 0$ и дивергируют при $k_p > 0$; $k_p = 0$ соответствует параллельным линиям тока.

[3] Линия тока — проекция линии скольжения на горизонтальную плоскость.

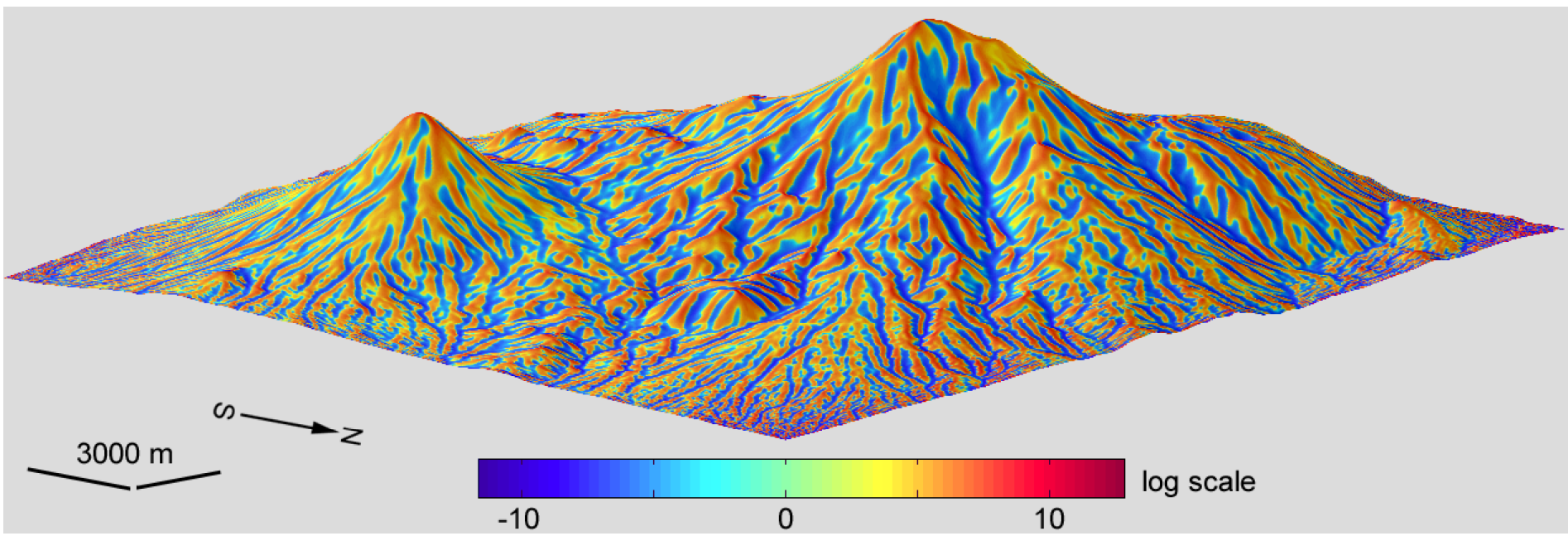

Рис. 9. Арарат, кривизна горизонтали

4.2.5. Горизонтальная кривизна

Горизонтальная кривизна (horizontal curvature, k_h) — кривизна нормального сечения, тангенциального горизонтали (**рис. 1Б**) в данной точке топографической поверхности *[Krcho 1983; Шарый 1991]*:

$$k_h = -\frac{q^2 r - 2pqs + p^2 t}{\left(p^2 + q^2\right)\sqrt{1 + p^2 + q^2}}. \qquad (9)$$

Горизонтальная кривизна может принимать положительные, отрицательные и нулевые значения. Единица измерения — м$^{-1}$.

Горизонтальная кривизна (**рис. 10**) — мера конвергенции потоков, перемещающихся вдоль поверхности под действием гравитации (один из двух механизмов аккумуляции потоков). Потоки конвергируют при $k_h < 0$ и дивергируют при $k_h > 0$. В геоморфологическом отношении, на картах горизонтальной кривизны выделяются отроги хребтов и долин (области дивергенции и конвергенции, соответственно).

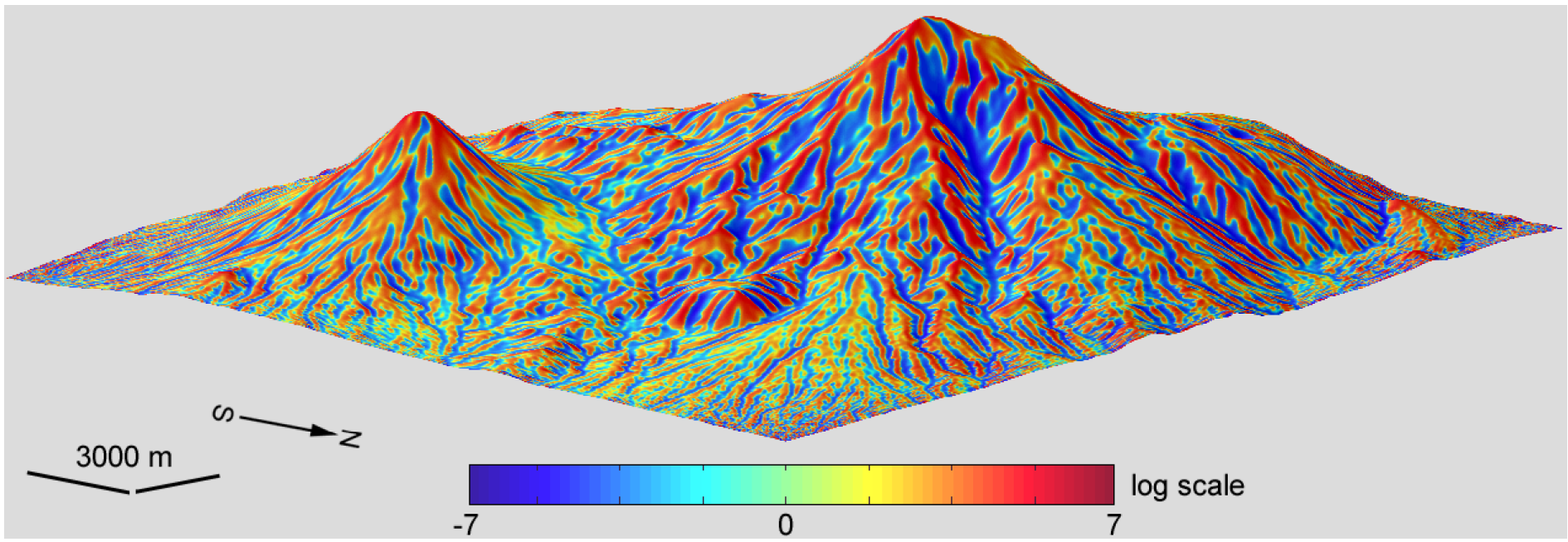

Рис. 10. Арарат, горизонтальная кривизна

4.2.6. Вертикальная кривизна

Вертикальная кривизна (vertical curvature, k_v) — кривизна нормального сечения, имеющего общую касательную с линией скольжения (**рис. 1Б**) в данной точке топографической поверхности *[Aandahl 1948; Speight 1974; Шарый 1991]*:

$$k_v = -\frac{p^2 r + 2pqs + q^2 t}{\left(p^2 + q^2\right)\sqrt{\left(1 + p^2 + q^2\right)^3}}. \qquad (10)$$

Вертикальная кривизна может принимать положительные, отрицательные и нулевые значения. Единица измерения — м$^{-1}$.

Вертикальная кривизна (**рис. 11**) — мера относительного замедления потоков, перемещающихся вдоль поверхности под действием гравитации (один из двух механизмов аккумуляции потоков). Потоки замедляются при $k_v < 0$ и ускоряются при $k_v > 0$. В геоморфологическом отношении, на картах вертикальной кривизны могут выделяться террасовые уровни.

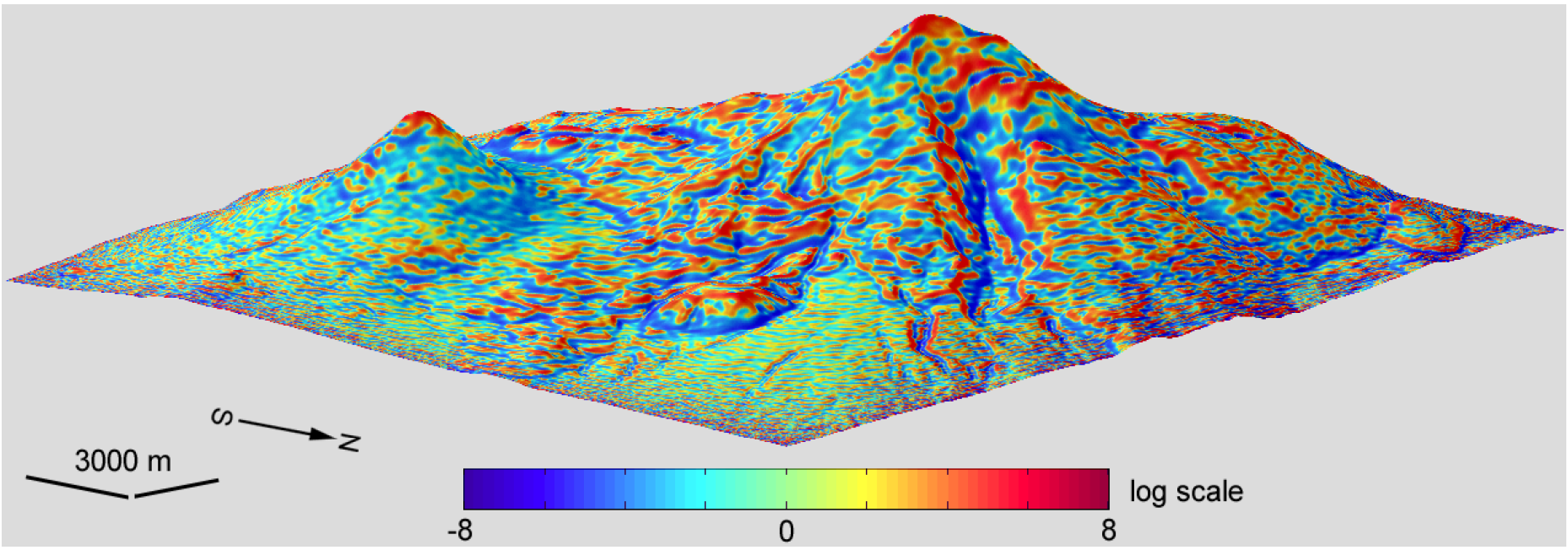

Рис. 11. Арарат, вертикальная кривизна

4.2.7. Разностная кривизна

Разностная кривизна (difference curvature, E) — полуразность горизонтальной и вертикальной кривизн *[Shary 1995]*:

$$E = \frac{1}{2}(k_v - k_h) = \frac{q^2 r - 2pqs + p^2 t}{(p^2+q^2)\sqrt{1+p^2+q^2}} - \frac{(1+q^2)r - 2pqs + (1+p^2)t}{2\sqrt{(1+p^2+q^2)^3}}. \quad (\mathbf{11})$$

Разностная кривизна может принимать как положительные, так и отрицательные и нулевые значения. Единица измерения — м$^{-1}$.

Разностная кривизна (**рис. 12**) показывает, насколько сильнее выражен один из двух механизмов аккумуляции – относительное замедление потоков (за который отвечает k_v), по сравнению с другим механизмом — конвергенцией потоков (за который отвечает k_h) в данной точке топографической поверхности.

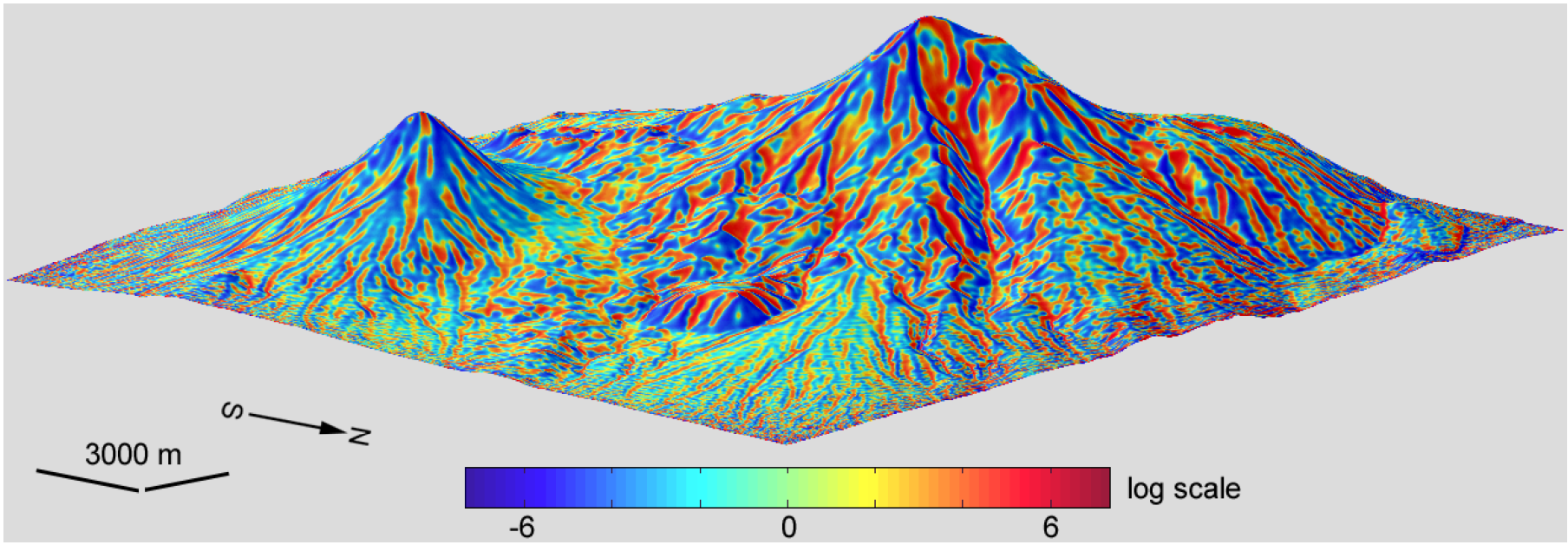

Рис. 12. Арарат, разностная кривизна

4.2.8. Избыточная горизонтальная кривизна

Избыточная горизонтальная кривизна (horizontal excess curvature, k_{he}) — разница горизонтальной и минимальной кривизн *[Shary 1995]*:

$$k_{he} = k_h - k_{\min} = M - E. \quad (\mathbf{12})$$

Избыточная горизонтальная кривизна является неотрицательной величиной. Единица измерения — м$^{-1}$.

Избыточная горизонтальная кривизна (**рис. 13**) показывает, насколько сильнее изогнуто нормальное сечение, тангенциальное горизонтали, по сравнению с минимальным изгибом топографической поверхности в данной точке.

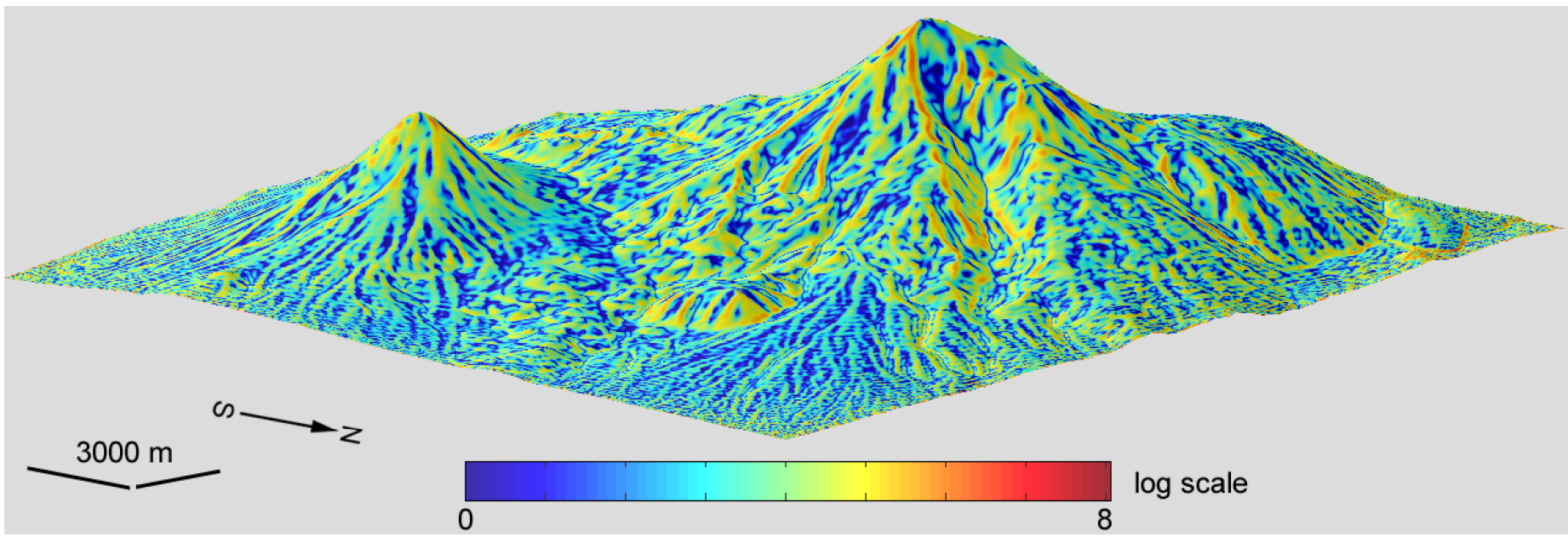

Рис. 13. Арарат, избыточная горизонтальная кривизна

4.2.9. Избыточная вертикальная кривизна

Избыточная вертикальная кривизна (vertical excess curvature, k_{ve}) — разница вертикальной и минимальной кривизн *[Shary 1995]*:

$$k_{ve} = k_v - k_{\min} = M + E. \quad (\mathbf{13})$$

Избыточная вертикальная кривизна является неотрицательной величиной. Единица измерения — м$^{-1}$.

Избыточная вертикальная кривизна (**рис. 14**) показывает, насколько сильнее изогнуто нормальное сечение, имеющее общую касательную с линией скольжения, по сравнению с минимальным изгибом топографической поверхности в данной точке.

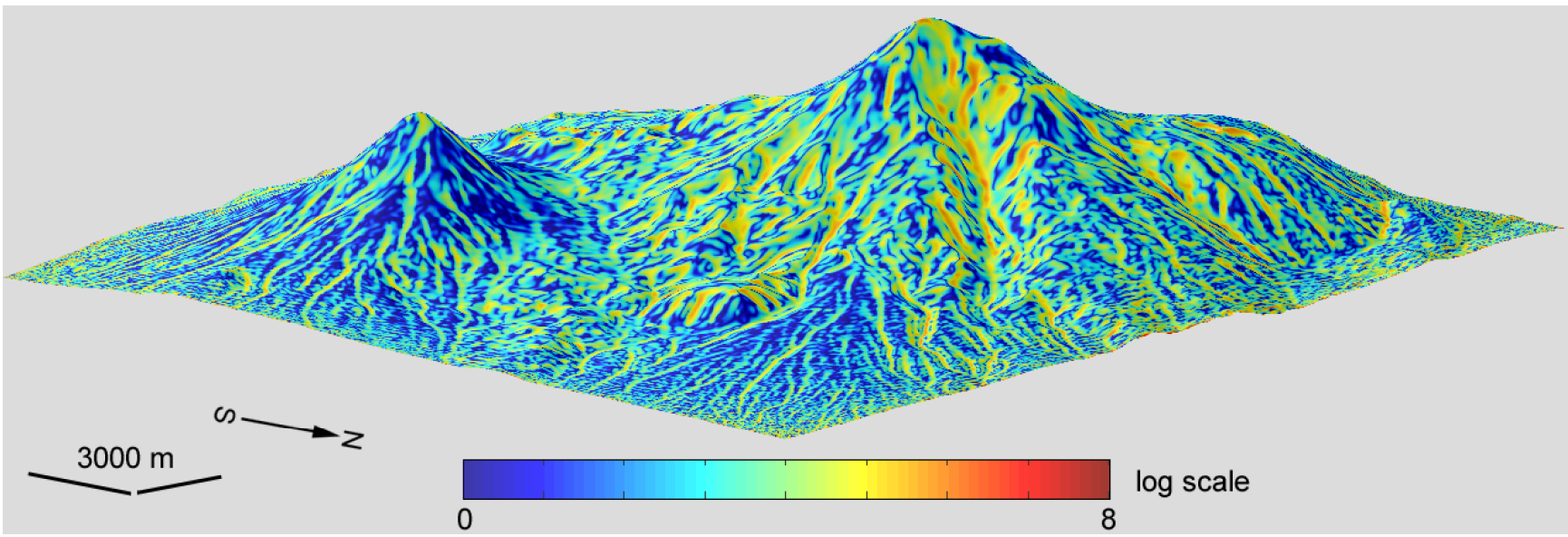

Рис. 14. Арарат, избыточная вертикальная кривизна

4.2.10. Аккумуляционная кривизна

Аккумуляционная кривизна (accumulation curvature, K_a — произведение горизонтальной и вертикальной кривизн *[Shary 1995]*:

$$K_a = k_h k_v = \frac{\left(q^2 r - 2pqs + p^2 t\right)\left(p^2 r + 2pqs + q^2 t\right)}{\left[\left(p^2 + q^2\right)\left(1 + p^2 + q^2\right)\right]^2}. \quad (14)$$

Аккумуляционная кривизна может принимать положительные, отрицательные и нулевые значения. Единица измерения — м$^{-2}$.

Аккумуляционная кривизна (**рис. 15**) может быть использована для оценки степени аккумуляции потоков.

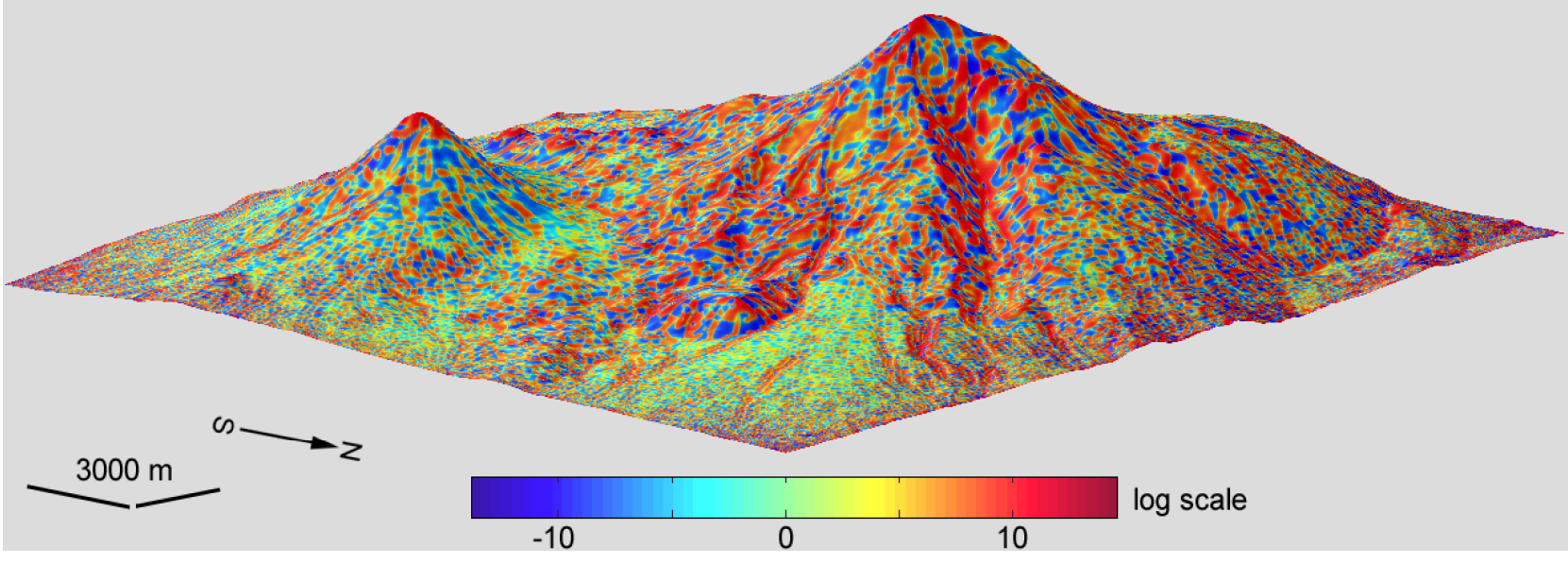

Рис. 15. Арарат, аккумуляционная кривизна

4.2.11. Кольцевая кривизна

Кольцевая кривизна (ring curvature, K_r) — произведение избыточной горизонтальной и избыточной вертикальной кривизн *[Shary, 1995]*:

$$K_r = k_{he} k_{ve} = M^2 - E^2 = \left[\frac{\left(p^2 - q^2\right)s - pq\left(r - t\right)}{\left(p^2 + q^2\right)\left(1 + p^2 + q^2\right)}\right]^2. \quad (15)$$

Кольцевая кривизна является неотрицательной величиной. Единица измерения — м$^{-2}$.

Кольцевая кривизна (**рис. 16**) описывает степень извилистости потоков.

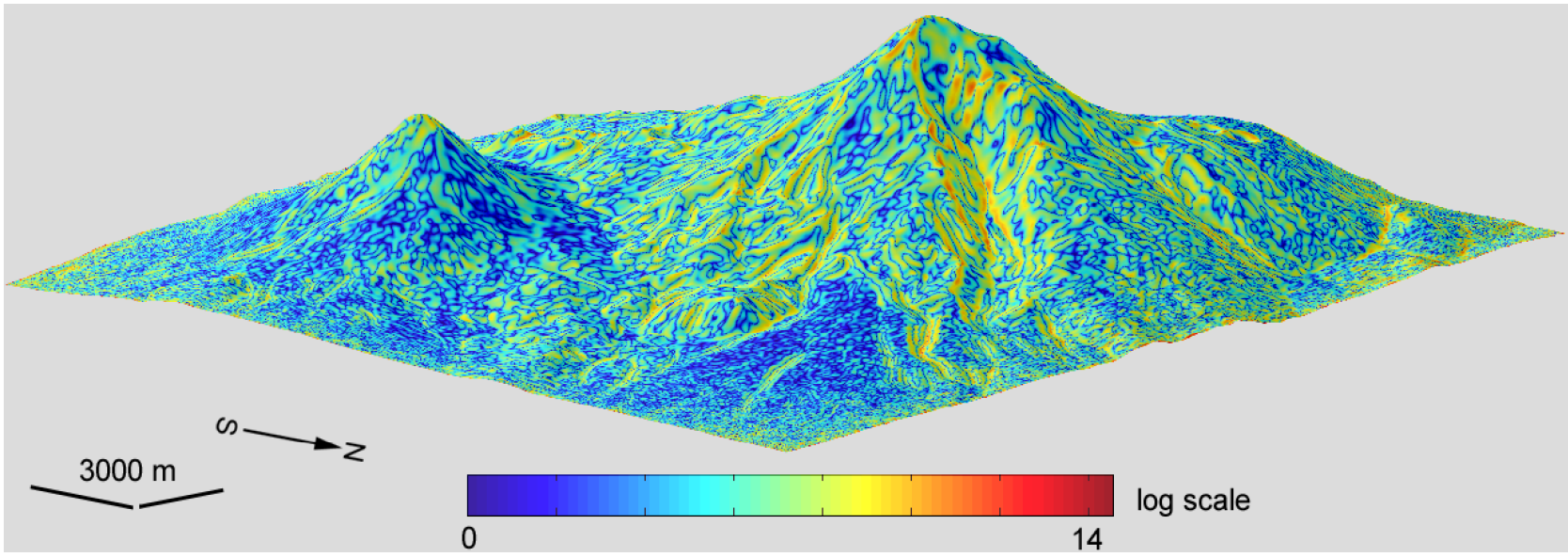

Рис. 16. Арарат, кольцевая кривизна

4.2.12. Ротор

Ротор (rotor, *rot*) — кривизна линий тока *[Шарый, 1991]*:

$$rot = \frac{(p^2 - q^2)s - pq(r - t)}{\sqrt{(p^2 + q^2)^3}}. \qquad (16)$$

Ротор может принимать положительные, отрицательные и нулевые значения. Единица измерения — м$^{-1}$.

Ротор (**рис. 17**) описывает направление поворота линий тока. Линии тока поворачивают по часовой стрелке при $rot > 0$ и против часовой стрелки при $rot < 0$.

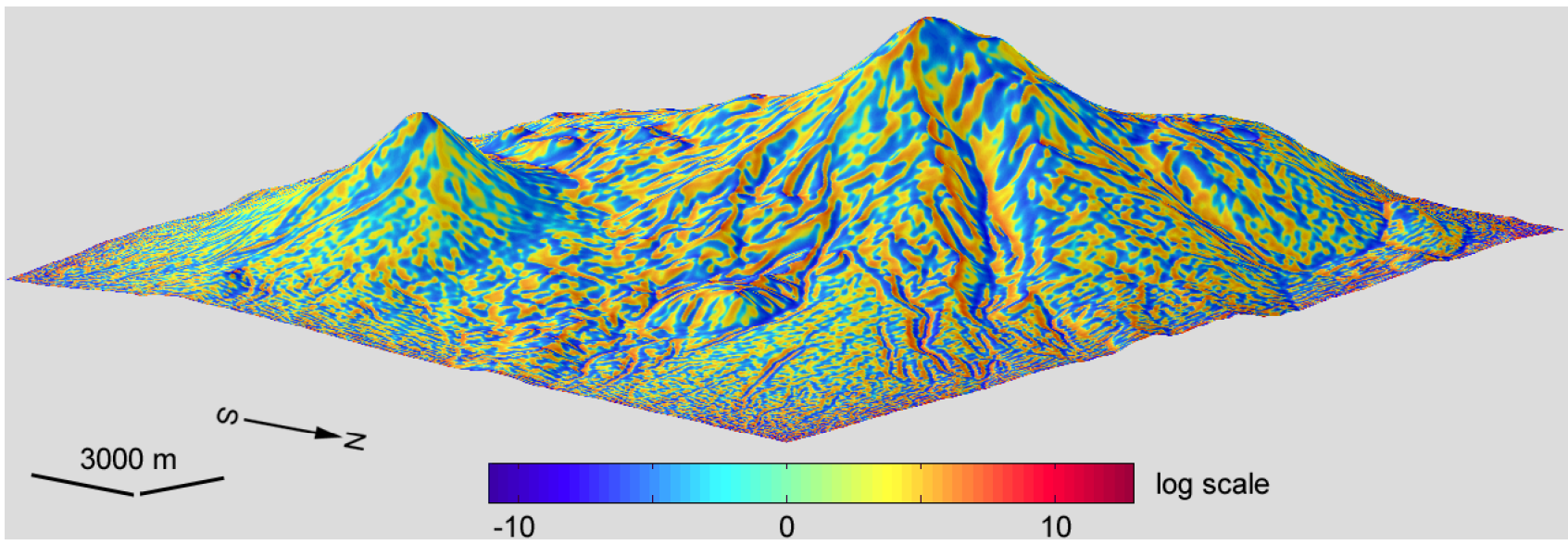

Рис. 17. Арарат, ротор

4.2.13. Производящая функция

Производящая функция (generating function, *T*) — производная горизонтальной кривизны по длине горизонтали *[Шарый, Степанов 1991]*:

$$T = \frac{q^3 g - 3pq^2 k + 3p^2 qm - p^3 h}{\sqrt{(p^2 + q^2)^3 (1 + p^2 + q^2)}} - k_h rot \frac{2 + 3\left(p^2 + q^2\right)}{1 + p^2 + q^2}. \qquad (17)$$

Производящая функция может принимать положительные, отрицательные и нулевые значения. Единица измерения — м$^{-2}$.

Производящая функция (**рис. 18**) — мера отклонения значений горизонтальной кривизны от экстремальных значений кривизны топографической поверхности. Может быть использована для описания структурных линий рельефа (тальвегов, водоразделов, бровок и подножий).

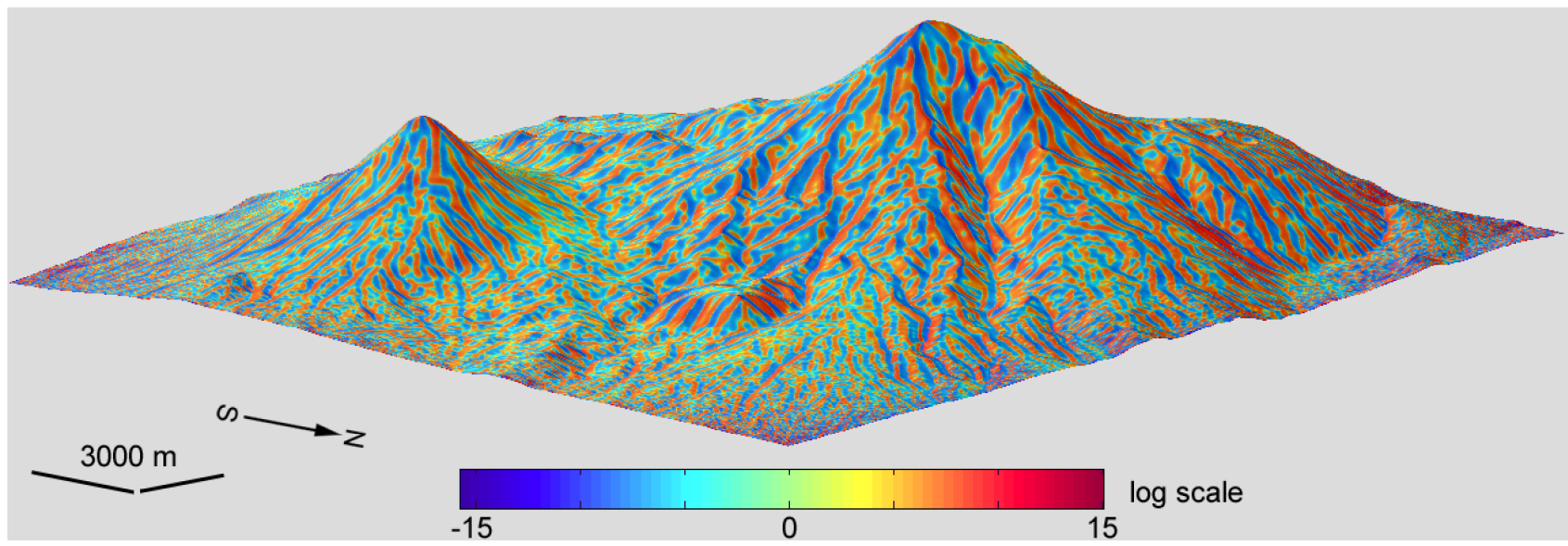

Рис. 18. Арарат, производящая функция

Атрибуты форм

4.2.14. Минимальная кривизна

Минимальная кривизна (minimal curvature, $k_{\min}$) — кривизна главного нормального сечения (**рис. 1А**) с минимальным изгибом в данной точке топографической поверхности *[Gauss 1828; Shary 1995]*:

$$k_{\min} = H - M = H - \sqrt{H^2 - K}. \qquad (18)$$

Минимальная кривизна может принимать положительные, отрицательные и нулевые значения. Единица измерения — м$^{-1}$.

В геоморфологическом отношении положительные значения минимальной кривизны (**рис. 19**) выделяют локальные выпуклые элементы рельефа, а отрицательные — долины.

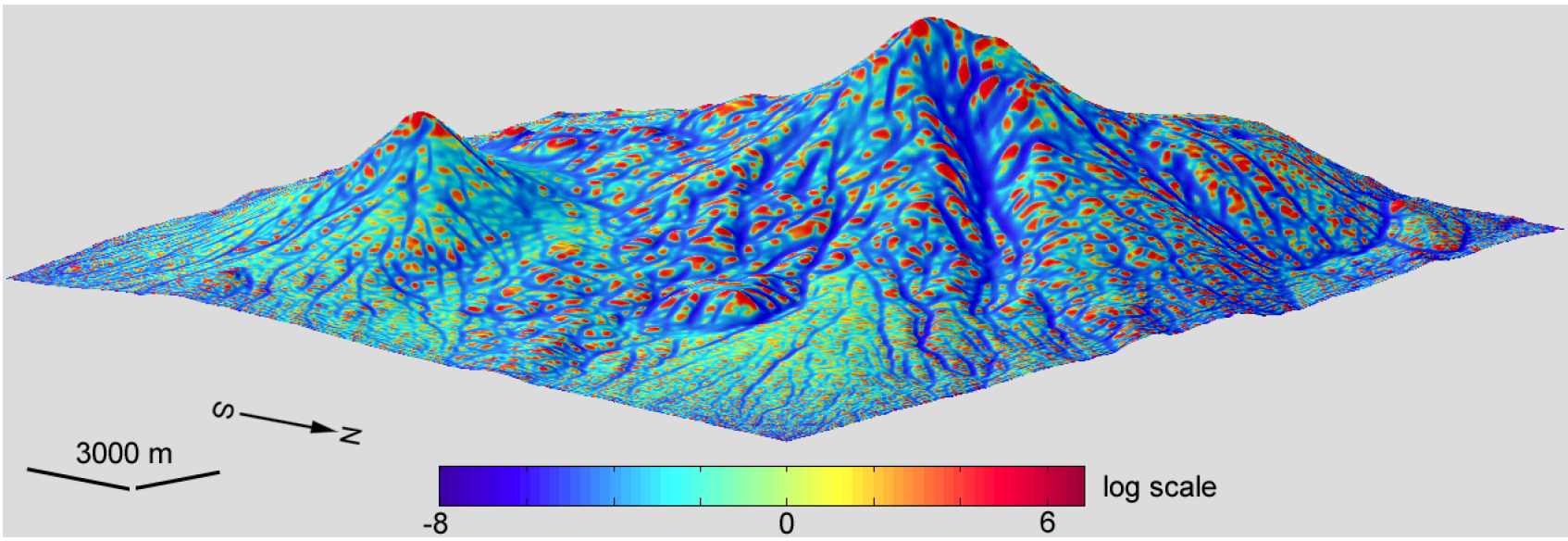

Рис. 19. Арарат, минимальная кривизна

4.2.15. Максимальная кривизна

Максимальная кривизна (maximal curvature, k_{max}) — кривизна главного нормального сечения (**рис. 1А**) с максимальным изгибом в данной точке топографической поверхности *[Gauss 1828; Shary 1995]*:

$$k_{\max} = H + M = H + \sqrt{H^2 - K}\ . \qquad (19)$$

Максимальная кривизна может принимать положительные, отрицательные и нулевые значения. Единица измерения — м$^{-1}$.

В геоморфологическом отношении, положительные значения максимальной кривизны (**рис. 20**) выделяют хребты, а отрицательные — локальные впадины.

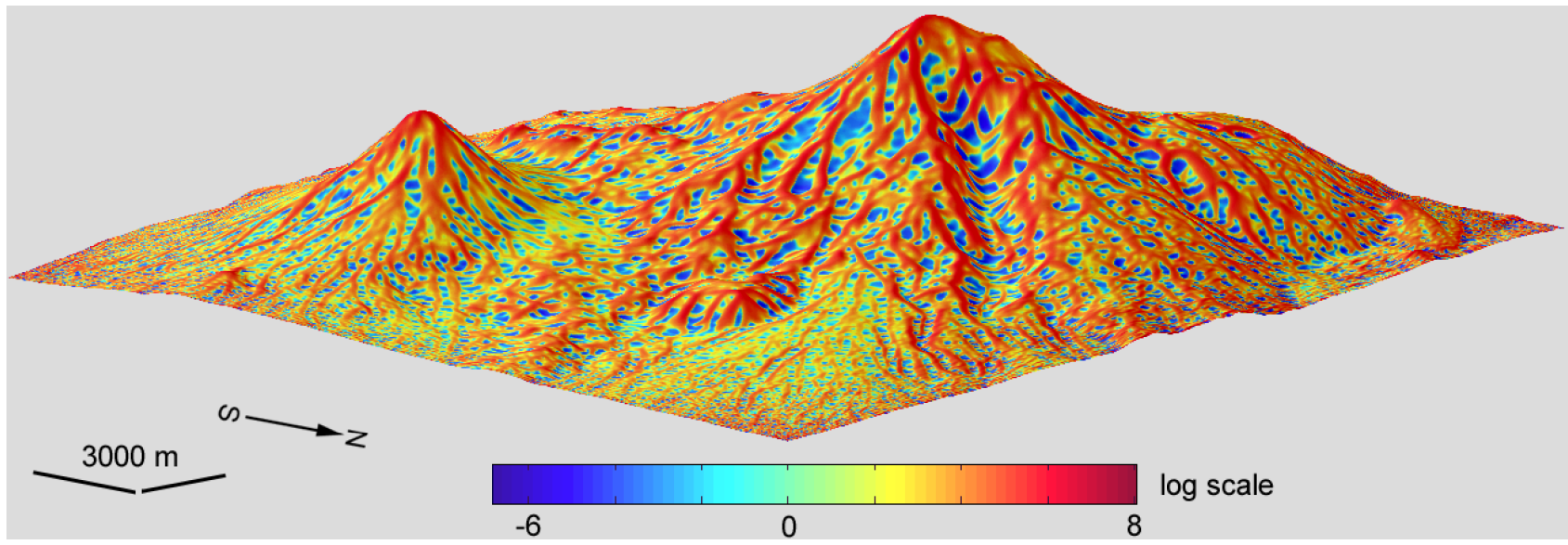

Рис. 20. Арарат, максимальная кривизна

4.2.16. Средняя кривизна

Средняя кривизна (mean curvature, H) — полусумма кривизн двух любых нормальных взаимно перпендикулярных сечений в данной точке топографической поверхности *[Young 1805; Шарый 1991]*:

$$H = \frac{1}{2}\left(k_{\min} + k_{\max}\right) = \frac{1}{2}\left(k_h + k_v\right) = -\frac{\left(1+q^2\right)r - 2pqs + \left(1+p^2\right)t}{2\sqrt{\left(1+p^2+q^2\right)^3}}\ . \qquad (20)$$

Средняя кривизна может принимать положительные, отрицательные и нулевые значения. Единица измерения — м$^{-1}$.

Средняя кривизна (**рис. 21**) представляет два механизма аккумуляции потоков — конвергенцию и относительное замедление — с равными весами.

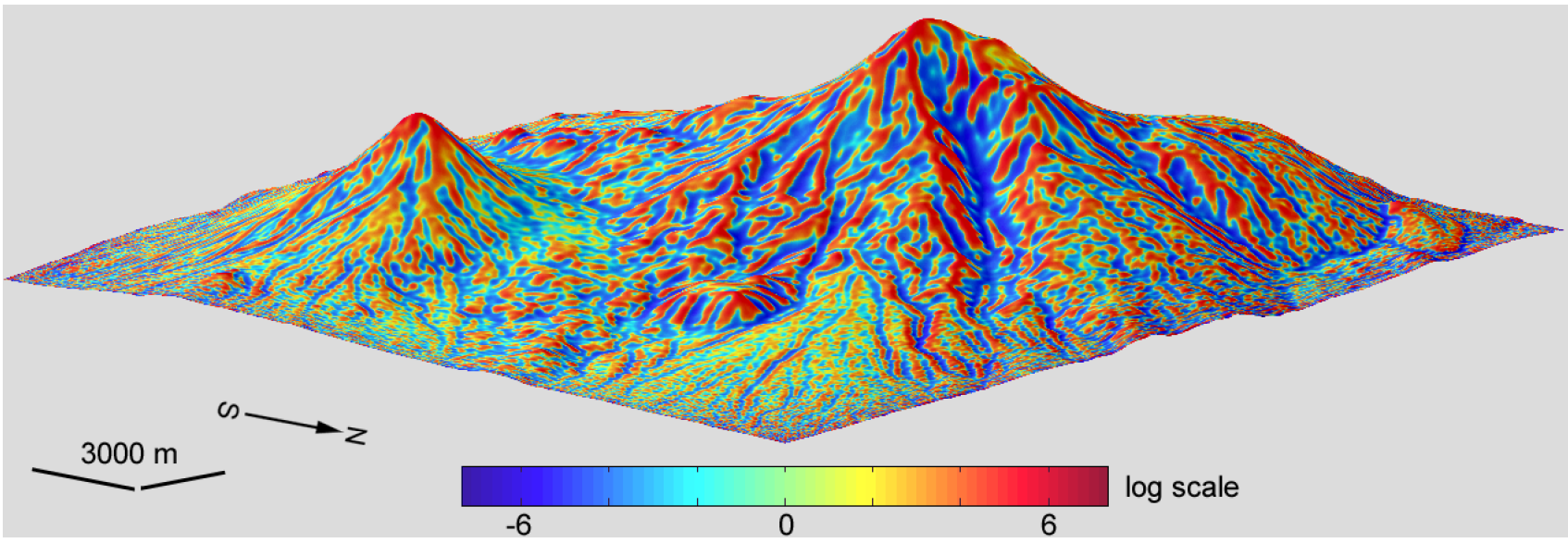

Рис. 21. Арарат, средняя кривизна

4.2.17. Гауссова кривизна

Гауссова кривизна (Gaussian curvature, K) — произведение максимальной и минимальной кривизн *[Gauss 1828]*:

$$K = k_{\min} k_{\max} = \frac{rt - s^2}{\left(1 + p^2 + q^2\right)^2} . \qquad (\mathbf{21})$$

Гауссова кривизна может принимать положительные, отрицательные и нулевые значения. Единица измерения — м$^{-2}$.

Согласно *Teorema egregium*, Гауссова кривизна (**рис. 22**) поверхности сохраняет свои значения после ее изгибания, если оно произошло без растяжений, сжатий и разрывов *[Gauss 1828]*.

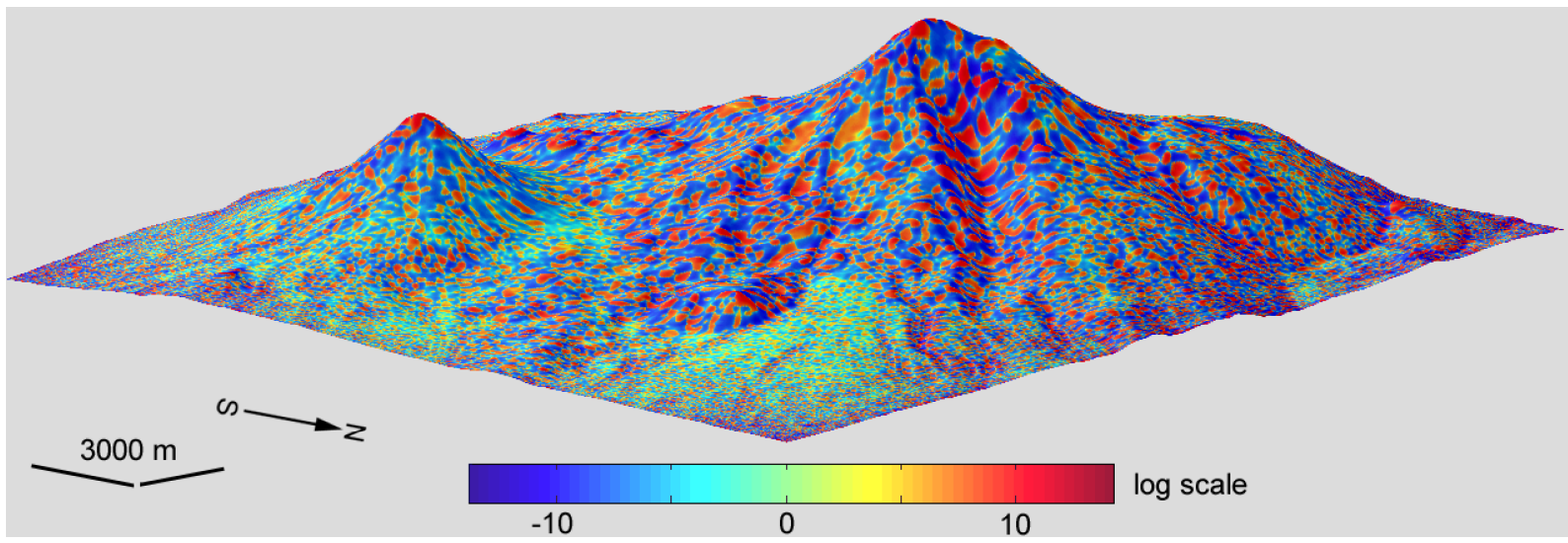

Рис. 22. Арарат, Гауссова кривизна

4.2.18. Несферичность

Несферичность (unsphericity curvature, M) — полуразность максимальной и минимальной кривизн *[Shary 1995]*:

$$M = \frac{1}{2}\left(k_{\max} - k_{\min}\right) = \sqrt{H^2 - K} . \qquad (\mathbf{22})$$

Несферичность является неотрицательной величиной. Единица измерения — м$^{-1}$.

Несферичность (**рис. 23**) показывает, насколько форма элемента земной поверхности отклоняется от сферической.

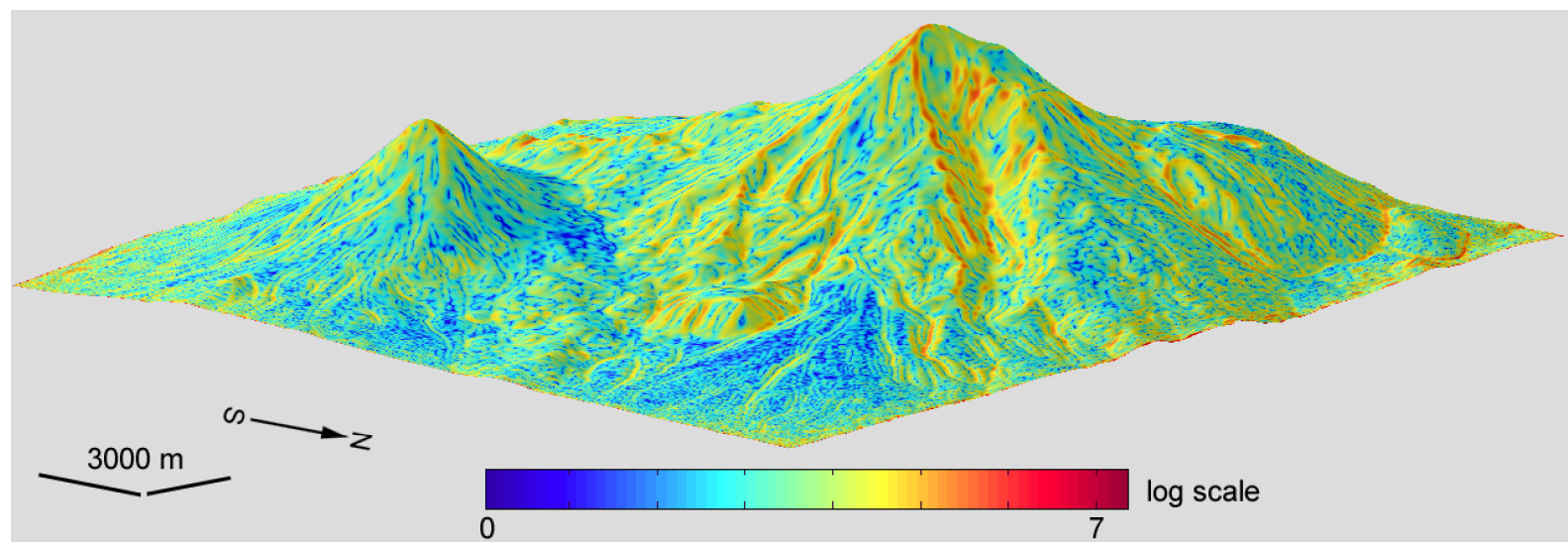

Рис. 23. Арарат, несферичность

4.2.19. Лапласиан

Лапласиан (Laplacian, ∇^2) — сумма вторых частных производных высоты:

$$\nabla^2 = r + t . \qquad (\mathbf{23})$$

Лапласиан может принимать положительные, отрицательные и нулевые значения. Единица измерения — м$^{-1}$.

Лапласиан (**рис. 24**) является приближением отрицательной удвоенной средней кривизны.

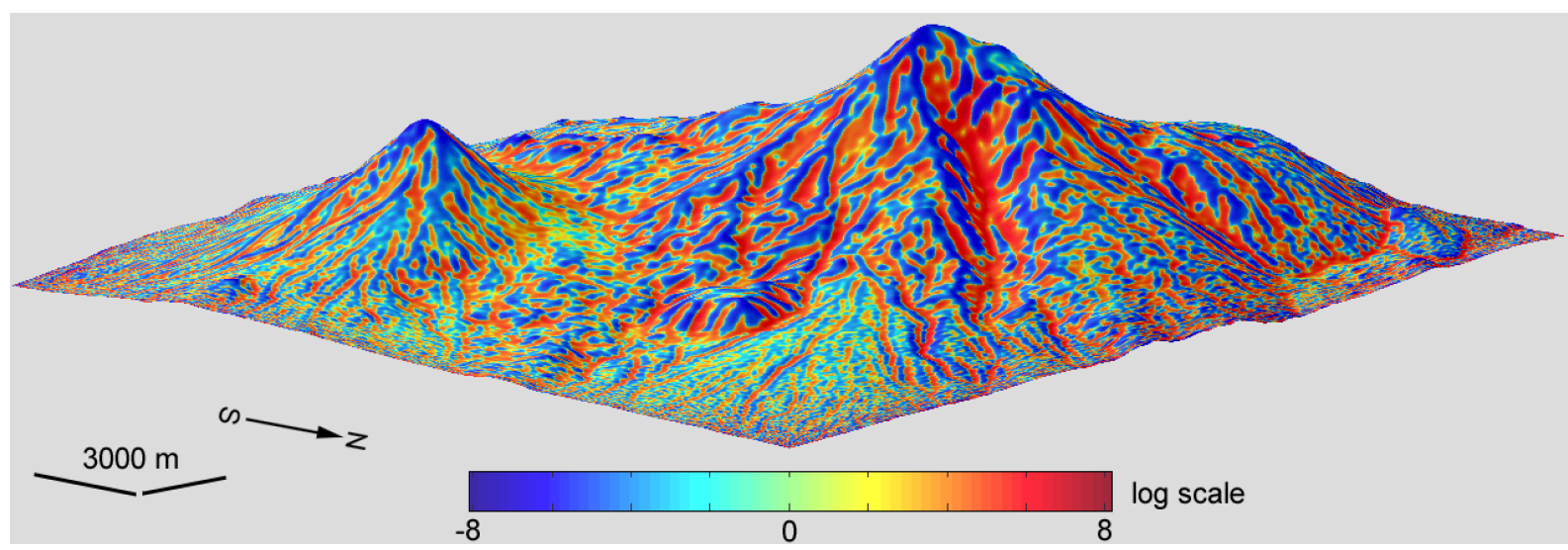

Рис. 24. Арарат, лапласиан

4.3. Нелокальные морфометрические величины

4.3.1. Водосборная площадь

Водосборная площадь (catchment area, *CA*) — площадь замкнутой фигуры, сформированной отрезком горизонтали, который включает данную точку топографической поверхности, и двумя линиями тока, приходящими с вышележащей точки на концы отрезка (**рис. 2**) *[Speight 1974]*.

Водосборная площадь является неотрицательной величиной. Единица измерения — м^2.

Водосборная площадь (**рис. 25**) — мера площади вышележащих участков, которые могут дренироваться через данную точку поверхности.

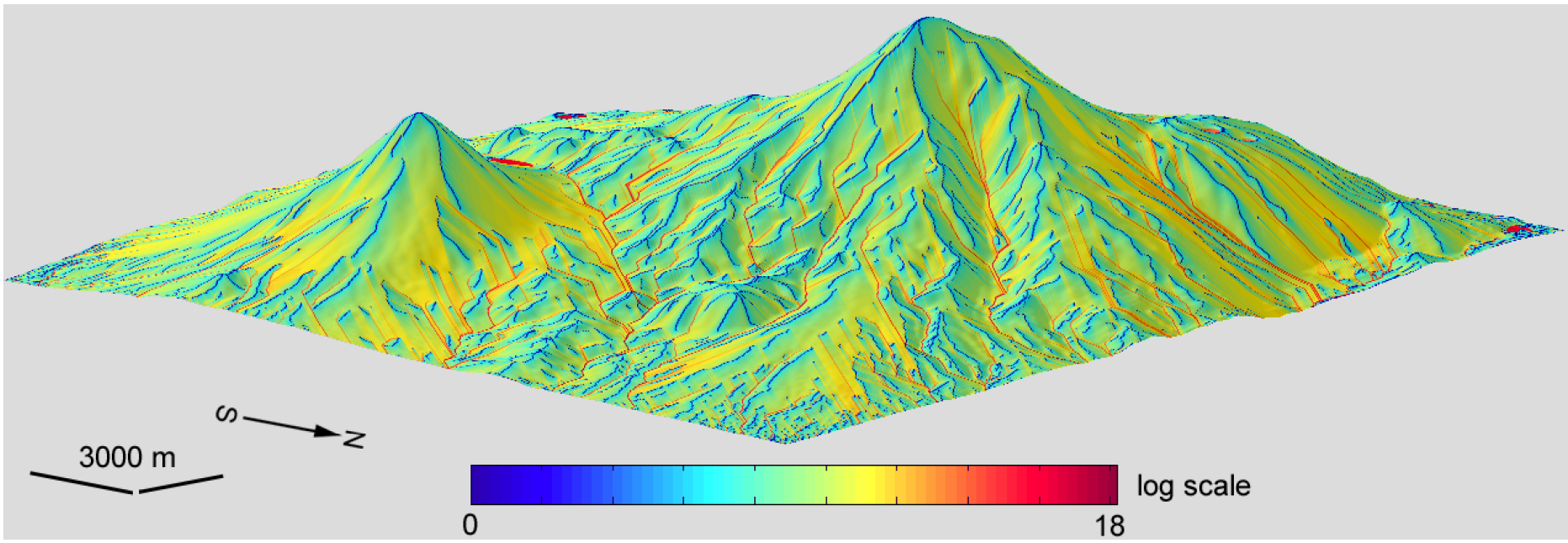

Рис. 25. Арарат, водосборная площадь

4.3.2. Дисперсивная площадь

Дисперсивная площадь (dispersive area, *DA*) — площадь замкнутой фигуры, сформированной отрезком горизонтали, который включает данную точку топографической поверхности, и двумя линиями тока, уходящими с концов отрезка вниз по склону к нижележащей точке (**рис. 2**) *[Speight 1974]*.

Дисперсивная площадь является неотрицательной величиной. Единица измерения — м^2.

Дисперсивная площадь (**рис. 26**) — мера площади нижележащих участков, которых могут достигать потоки, прошедшие через данную точку поверхности.

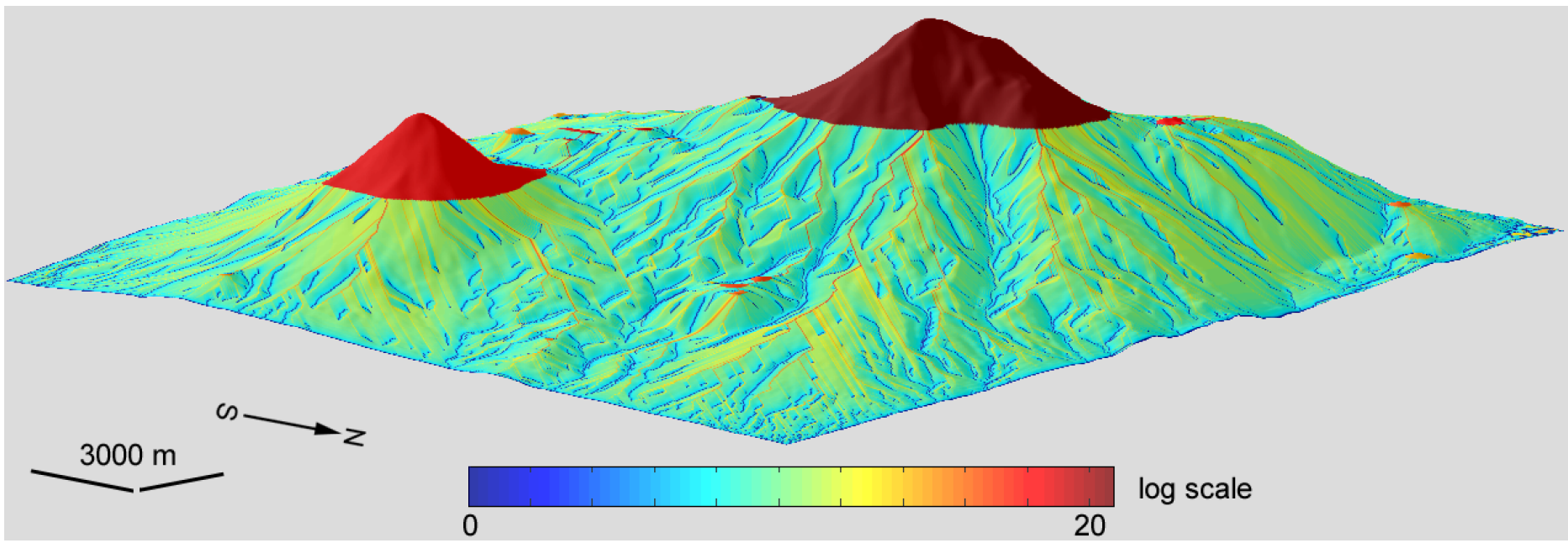

Рис. 26. Арарат, дисперсивная площадь

4.4. Солярные морфометрические величины

4.4.1. Отражательная способность

Отражательная способность (reflectance, *R*) — мера яркости освещенной поверхности в зависимости от положения источника света *[Horn 1981]*. Для случая идеального рассеяния света (ламбертова поверхность; Lambertian surface):

$$R = \frac{1 - p\sin\theta\,\mathrm{ctg}\,\psi - q\cos\theta\,\mathrm{ctg}\,\psi}{\sqrt{1+p^2+q^2}\,\sqrt{1+(\sin\theta\,\mathrm{ctg}\,\psi)^2+(\cos\theta\,\mathrm{ctg}\,\psi)^2}}, \qquad (24)$$

где θ и ψ — азимут и высота источника света (**рис. 3**), соответственно.

Отражательная способность является неотрицательной безразмерной величиной, нормируемой на диапазон от 0 до 1.

Карты отражательной способности (**рис. 27**) позволяют наглядно и пластично отображать рельеф; они популярны в картографии, где известны под названием отмывки рельефа (hill shading) *[Jenny 2001]*.

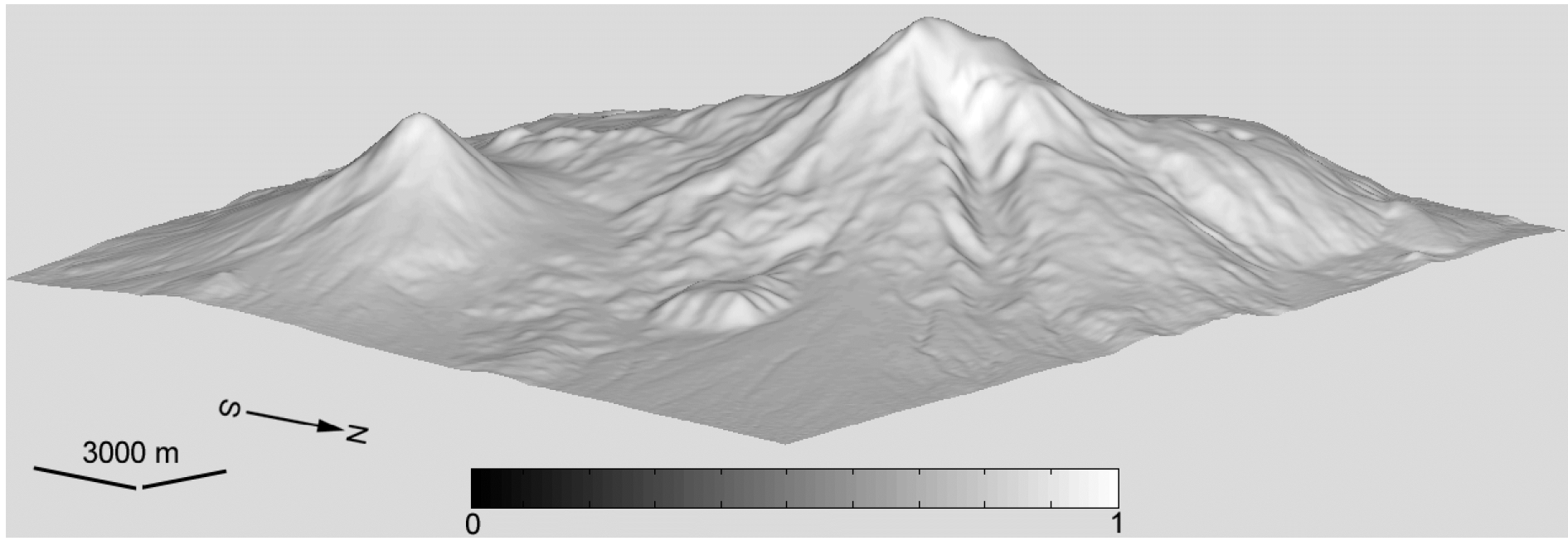

Рис. 27. Арарат, отражательная способность
(ламбертова модель; θ = 45; ψ = 35)

4.4.2. Инсоляция

Инсоляция (insolation, I) — доля прямой солнечной радиации, получаемая топографической поверхностью при данном положении Солнца на небе (**рис. 3**) *[Shary et al. 2005]*:

$$I = 50\frac{\{1+\operatorname{sign}[\sin\psi-\cos\psi(p\sin\theta+q\cos\theta)]\}[\sin\psi-\cos\psi(p\sin\theta+q\cos\theta)]}{\sqrt{1+p^2+q^2}}. \quad (\mathbf{25})$$

Инсоляция является неотрицательной величиной; ее значения лежат в диапазоне от 0% (теневые склоны) до 100% (перпендикулярное падение солнечных лучей на склоны).

Инсоляция (**рис. 28**) характеризует степень перпендикулярности падения солнечных лучей на топографическую поверхность. Инсоляция применяется для описания температурного режима склонов.

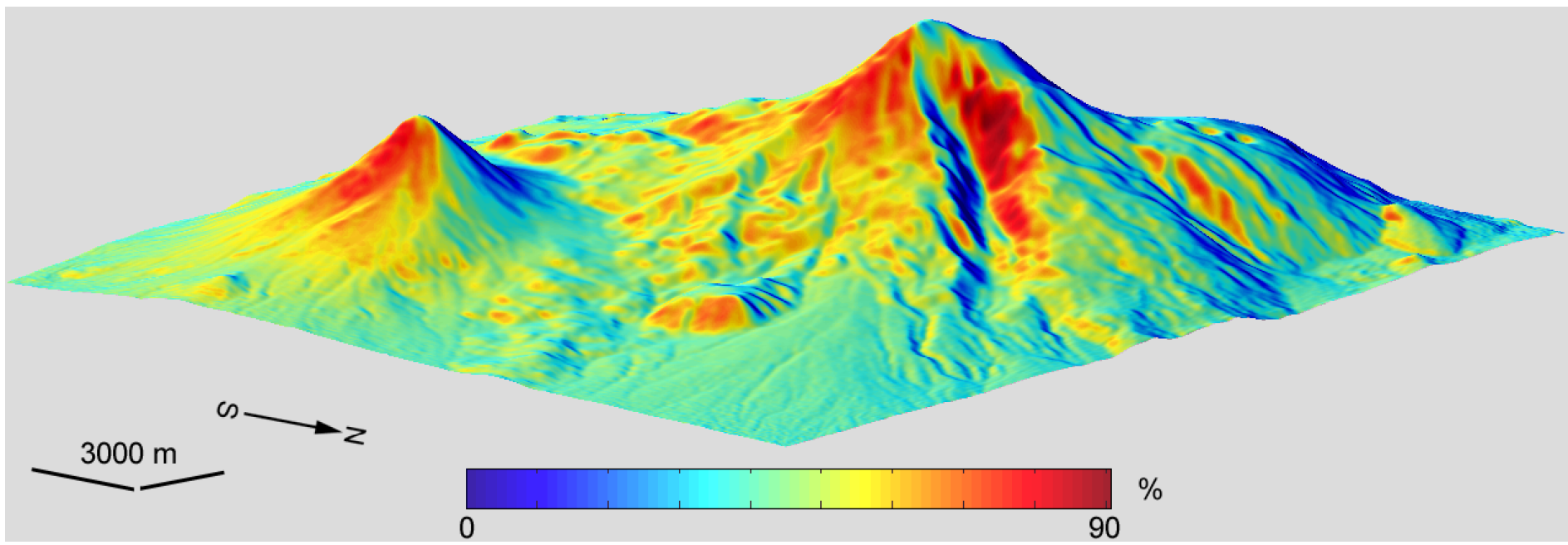

Рис. 28. Арарат, инсоляция
(θ = 90°; ψ = 20°)

4.5. Комбинированные морфометрические величины

4.5.1. Топографический индекс

Топографический индекс (topographic index, TI) — отношение водосборной площади и крутизны склонов в данной точке топографической поверхности *[Beven, Kirkby 1979]*:

$$TI = \ln\left[1 + CA/\left(10^{-3} + \operatorname{tg} G\right)\right]. \quad (\mathbf{26})$$

Топографический индекс является неотрицательной безразмерной величиной.

Топографический индекс (**рис. 29**) — мера аккумуляции потоков в концепции распределенного гидрологического моделирования TOPMODEL *[Beven, Kirkby 1979]*. Чем больше водосборная площадь и чем меньше крутизна склонов, тем выше значение топографического индекса.

Другими словами, чем больше объем воды, приходящей в данную точку с вышележащих участков, и чем ниже скорость этих потоков, тем больше аккумулируется влаги в данной точке.

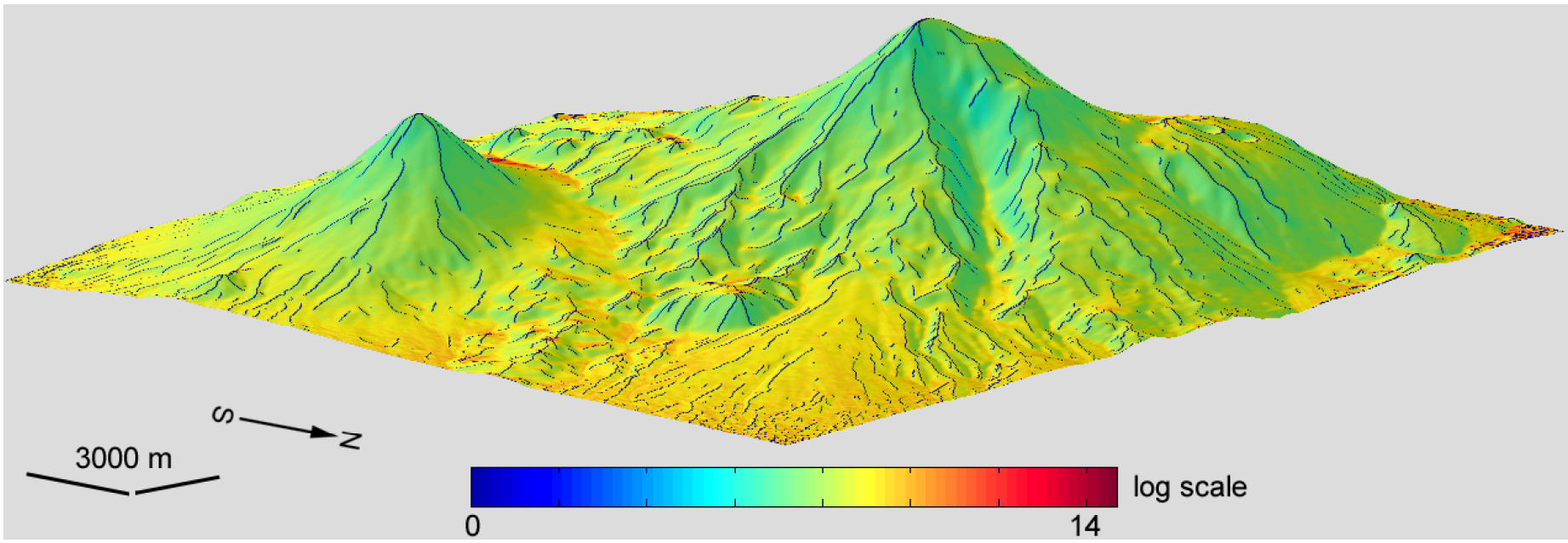

Рис. 29. Арарат, топографический индекс

4.5.2. Индекс мощности потоков

Индекс мощности потоков (stream power index, *SI*) — произведение водосборной площади и крутизны склонов в данной точке топографической поверхности *[Moore et al. 1991]*:

$$SI = \ln\left(1 + CA \cdot \operatorname{tg} G\right). \tag{27}$$

Индекс мощности потоков является неотрицательной безразмерной величиной.

Индекс мощности потоков (**рис. 30**) — мера потенциальной эрозионной силы поверхностных потоков *[Moore et al. 1991]*. Чем больше водосборная площадь и крутизна склонов, тем выше значение индекса мощности потоков. Другими словами, чем больше объем воды, приходящей в данную точку с вышележащих участков и чем выше скорость этих потоков, тем выше вероятность эрозии.

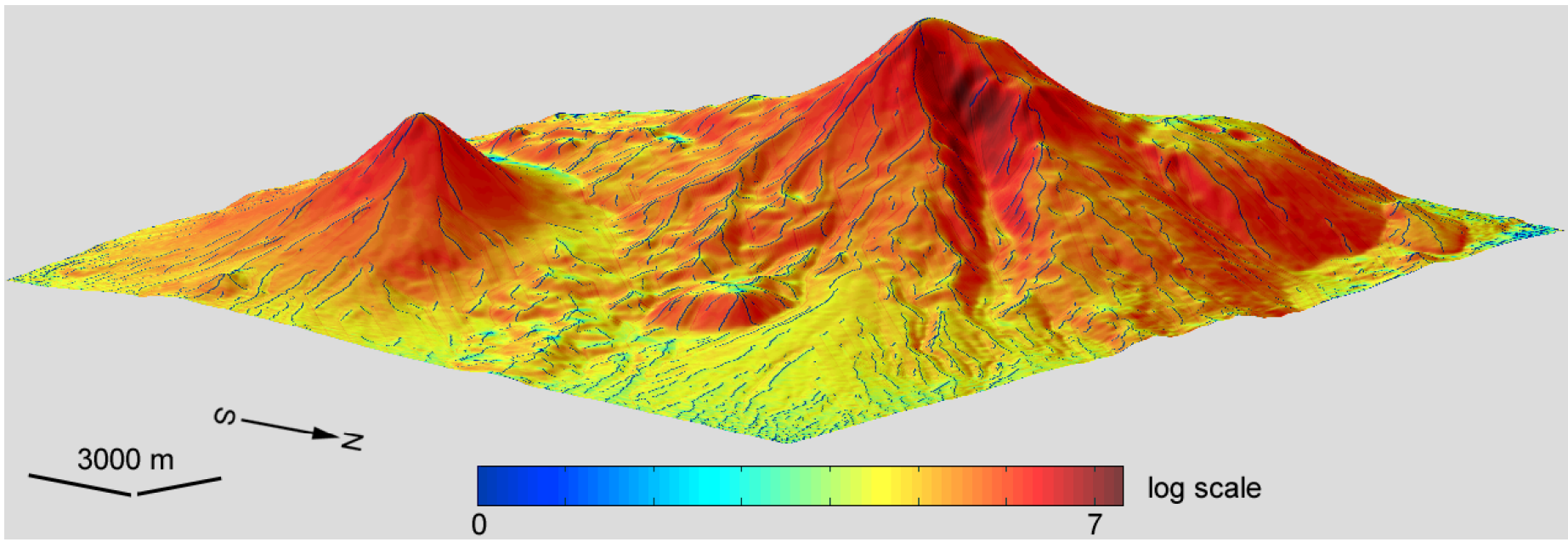

Рис. 30. Арарат, индекс мощности потоков

5. Заключение

За последние 25 лет в цифровом моделировании рельефа достигнут значительный прогресс:

1. существенное развитие получила физико-математическая теория топографической поверхности;
2. разработаны эффективные алгоритмы и методы для расчета и анализа ЦМР;
3. широкое распространение получили ЦМВ высокого разрешения, что стало возможным благодаря использованию новейших достижений науки и техники: кинематической съемки с использованием приемников глобальных навигационных систем, лидарной аэросъемки, аэросъемки с беспилотных летательных аппаратов и технологии «структура из движения»;
4. созданы и являются доступными квази-глобальные ЦМВ высокого и среднего разрешения: SRTM1, ASTER GDEM, SRTM30_PLUS, SRTM15_PLUS, WorldDEM и ALOS World 3D.

Указанные факторы, а также воспроизводимость, относительная простота и гибкость методов геоморфометрии определяют их практический потенциал для наук о Земле.

Необходимо, однако, понимать, что определяющим фактором для успешного развития цифрового моделирования рельефа являются достижения теории топографической поверхности, которая закладывает строгую физико-математическую основу как для вычислительных алгоритмов, так и для прикладных аспектов моделирования рельефа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. М.: Наука, 1974. 176 с.
2. Шарый П.А. Топографический метод вторых производных // Геометрия структур земной поверхности. Пущино: ПНЦ АН СССР, 1991. С. 30—60.
3. Шарый П.А., Степанов И.Н. О методе вторых производных в геологии // Доклады АН СССР. 1991. Т. 319. № 2. С. 456—460.
4. Aandahl A.R. "The Characterization of Slope Positions and Their Influence on the Total Nitrogen Content of a Few Virgin Soils of Western Iowa." *Soil Science Society of America Proceedings* 13 (1948): 449—454.
5. Band L.E. "Extraction of Channel Networks and Topographic Parameters from Digital Elevation Data." *Channel Network Hydrology*. Chichester: Wiley, 1993, pp. 13—42.
6. Beven K.J., Kirkby M.J. "A Physically-Based Variable Contributing Area Model of Basin Hydrology." *Hydrological Science Bulletin* 24.1 (1979): 43—69.
7. Burbank D.W., Anderson R.S. *Tectonic Geomorphology*. Chichester: Wiley–Blackwell, 2012. 454 p.
8. Cayley A. "On Contour and Slope Lines." *The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. Series 4* 18.120 (1859): 264—268.
9. Clarke J.I. "Morphometry from Maps." *Essays in Geomorphology*. London: Heinemann, 1966, pp. 235—274.
10. Clarke K.C. "Scale-Based Simulation of Topographic Relief." *American Cartographer* 15.2 (1988): 173—181.
11. Deng Y. "New Trends in Digital Terrain Analysis: Landform Definition, Representation, and Classification." *Progress in Physical Geography* 31.4 (2007): 405—419.
12. Evans I.S. "General Geomorphometry, Derivations of Altitude, and Descriptive Statistics." *Spatial Analysis in Geomorphology*. London: Methuen, 1972, pp. 17—90.
13. Evans I.S. *Statistical Characterization of Altitude Matrices by Computer. An Integrated System of Terrain Analysis and Slope Mapping. The Final Report on Grant DA-ERO-591-73-G0040*. Durham: University of Durham, 1979. 192 p.
14. Farr T.G., Rosen P.A., Caro E., Crippen R., Duren R., Hensley S., Kobrick M., Paller M., Rodriguez E., Roth L., Seal D., Shaffer S., Shimada J., Umland J., Werner M., Oskin M., Burbank D., Alsdorf D. "The Shuttle Radar Topography Mission." *Reviews of Geophysics* 45 (2007): RG2004.
15. Florinsky I.V. "Combined Analysis of Digital Terrain Models and Remotely Sensed Data in Landscape Investigations." *Progress in Physical Geography* 22.1 (1998.a): 33—60.
16. Florinsky I.V. "Derivation of Topographic Variables from a Digital Elevation Model Given by a Spheroidal Trapezoidal Grid." *International Journal of Geographical Information Science* 12.8 (1998.b): 829—852.
17. Florinsky I.V. "Computation of the Third-Order Partial Derivatives from a Digital Elevation Model." *International Journal of Geographical Information Science* 23.2 (2009): 213—231.
18. Florinsky I.V. *Digital Terrain Analysis in Soil Science and Geology*. Amsterdam: Academic Press, 2012. 379 p.
19. Florinsky I.V., Pankratov A.N. "Digital Terrain Modeling with Orthogonal Polynomials." *Machine Learning and Data Analysis* 1.12 (2015): 1647—1659.
20. Franklin J. "Predictive Vegetation Mapping: Geographic Modelling of Biospatial Patterns in Relation to Environmental Gradients." *Progress in Physical Geography* 19.4 (1995): 474—499.
21. Freeman T.G. "Calculating Catchment Area with Divergent Flow Based on a Regular Grid." *Computers and Geosciences* 17.3 (1991): 413—422.
22. Gauss C.F. "Disquisitiones Generales Circa Superficies Curvas." *Commentationes Societatis Regiae Scientiarum Gottingensis Recentiores* 6 (1828): 99—146.
23. Geiger R. *The Climate Near the Ground*. Cambridge: Harvard University Press, 1966. 611 p.
24. Gerrard A.J. *Soils and Landforms. An Integration of Geomorphology and Pedology*. London: George Allen and Unwin, 1981. 219 p.
25. Hengl T., Reuter H.I., eds. *Geomorphometry: Concepts, Software, Applications*. Amsterdam: Elsevier, 2009. 796 p.
26. Horn B.K.P. "Hill Shading and the Reflectance Map." *Proceedings of the IEEE* 69.1 (1981): 14—47.
27. Horton R.E. "Erosional Development of Streams and Their Drainage Basins, Hydrophysical Approach to Quantitative Morphology." *Geological Society of America Bulletin* 56.3 (1945): 275—370.
28. Jenny B. "An Interactive Approach to Analytical Relief Shading." *Cartographica* 38.1–2 (2001): 67—75.
29. King D., Bourennane H., Isambert M., Macaire J.J. "Relationship of the Presence of a Non-Calcareous Clay-Loam Horizon to DEM Attributes in a Gently Sloping Area." *Geoderma* 89.1–2 (1999): 95—111.
30. Kirkby M.J., Chorley R.J. "Throughflow, Overland Flow and Erosion." *Bulletin of the International Association of Scientific Hydrology* 12.3 (1967): 5—21.
31. Krcho J. "Morphometric Analysis of Relief on the Basis of Geometric Aspect of Field Theory." *Acta Geographica Universitatis Comenianae. Geographico-Physica* 1 (1973): 7—233.
32. Krcho J. "Teoretická koncepcia a interdisciplinárne aplikácie komplexného digitálneho modelu reliéfu pri modelovaní dvojdimenzionálnych polí." *Geografický Časopis* 35.3 (1983): 265—291.
33. Li Z., Zhu Q., Gold C. *Digital Terrain Modeling: Principles and Methodology*. New York: CRC Press, 2005. 323 p.

34. Mark D.M. "Geomorphometric Parameters: A Review and Evaluation." *Geografiska Annaler. Series A* 57.3–4 (1975): 165—177.
35. Martz L.W., de Jong E. "CATCH: A Fortran Program for Measuring Catchment Area from Digital Elevation Models." *Computers and Geosciences* 14.5 (1988): 627—640.
36. McCullagh M.J. "Terrain and Surface Modelling Systems: Theory and Practice." *Photogrammetric Record* 12.72 (1988): 747—779.
37. Moore I.D., Grayson R.B., Ladson A.R. "Digital Terrain Modelling: A Review of Hydrological, Geomorphological and Biological Applications." *Hydrological Processes* 5.1 (1991): 3—30.
38. O'Callaghan J.F., Mark D.M. "The Extraction of Drainage Networks from Digital Elevation Data." *Computer Vision, Graphics, and Image Processing* 28.3 (1984): 323—344.
39. Penck W. *Morphological Analysis of Land Forms. A Contribution to Physical Geology*. London: Macmillan, 1953. 429 p.
40. Quinn P.F., Beven K.J., Chevallier P., Planchon O. "The Prediction of Hillslope Flowpaths for Distributed Modelling Using Digital Terrain Models." *Hydrological Processes* 5.1 (1991): 59—80.
41. Rosenberg P. "Information Theory and Electronic Photogrammetry." *Photogrammetric Engineering* 21.4 (1955): 543—555.
42. Shary P.A. "Land Surface in Gravity Points Classification by a Complete System of Curvatures." *Mathematical Geology* 27.3 (1995): 373—390.
43. Shary P.A., Sharaya L.S., Mitusov A.V. "Fundamental Quantitative Methods of Land Surface Analysis." *Geoderma* 107.1–2 (2002): 1—32.
44. Shary P.A., Sharaya L.S., Mitusov A.V. "The Problem of Scale-Specific and Scale-Free Approaches in Geomorphometry." *Geografia Fisica e Dinamica Quaternaria* 28.1 (2005): 81—101.
45. Speight J.G. "A Parametric Approach to Landform Regions." *Progress in Geomorphology: Papers in Honour of D.L. Linton*. London: Institute of British Geographers. 1974, pp. 213—230.
46. Speight J.G. "The Role of Topography in Controlling Throughflow Generation: A Discussion." *Earth Surface Processes* 5.2 (1980): 187—191.
47. Strahler A.N. "Quantitative Analysis of Watershed Geomorphology. " *Transactions of the American Geophysical Union* 38.6 (1957): 913—920.
48. Tarboton D.G. "A New Method for the Determination of Flow Directions and Upslope Areas in Grid Digital Elevation Models." *Water Resources Research* 33.2 (1997): 309—319.
49. USGS. *Earth Explorer*. Sioux Fall: Earth Resources Observation and Science (EROS) Center, U.S. Geological Survey, 2015. Web. <http://earthexplorer.usgs.gov>.
50. Wilson J.P., Gallant J.C., eds. *Terrain Analysis: Principles and Applications*. New York: Wiley, 2000. 479 p.
51. Young T. "An Essay on the Cohesion of Fluids." *Philosophical Transactions of Royal Society of London. Pt I* 95 (1805): 65—87.
52. Zevenbergen L.W., Thorne C.R. "Quantitative Analysis of Land Surface Topography." *Earth Surface Processes and Landforms* 12.1 (1987): 47—56.

Цитирование по ГОСТ Р 7.0.11—2011:
Флоринский, И. В. Иллюстрированное введение в геоморфометрию [Электронный ресурс] / И.В. Флоринский // Электронное научное издание Альманах Пространство и Время. — 2016. — Т. 11. — Вып. 1: Система планета Земля. — Стационарный сетевой адрес: 2227-9490e-aprovr_e-ast11-1.2016.71.

AN ILLUSTRATED INTRODUCTION TO GEOMORPHOMETRY

Igor V. Florinsky, D.Sc. (Cartography), Principal Research Scientist, Institute of Mathematical Problems of Biology, the Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences, Pushchino, Moscow Region, Russia
E-mail: iflor@psn.ru; igor-v-florinsky@j-spacetime.com

This paper discusses the basic mathematical concepts of geomorphometry. First, we present a brief historical overview of the progress of digital terrain modelling. Second, we introduce the notion of the topographic surface and its limitations. Then, we present definitions, formulas, and physical meanings for four main groups of morphometric variables, such as local, nonlocal, solar, and combined attributes. We discuss the following 26 morphometric variables: slope gradient, slope aspect, northerness, easterness, plan curvature, horizontal curvature, vertical curvature, mean curvature, Gaussian curvature, minimal curvature, maximal curvature, unsphericity curvature, difference curvature, vertical excess curvature, horizontal excess curvature, ring curvature, accumulation curvature, the generating function, rotor, Laplacian, catchment area, dispersive area, reflectance, inso-

lation, topographic index, and stream power index. To illustrate mathematical concepts of geomorphometry, we used a digital elevation model (DEM) of Mount Ararat extracted from the SRTM1 DEM. The DEM was treated by the universal spectral analytical method. Three-dimensional color maps of Mount Ararat for all discussed morphometric variables are presented.

Keywords: topography, surface, geomorphometry, morphometric variable, curvature, digital terrain modelling, spectral analytical method.

References:

1. Aandahl A.R. "The Characterization of Slope Positions and Their Influence on the Total Nitrogen Content of a Few Virgin Soils of Western Iowa." *Soil Science Society of America Proceedings* 13 (1948): 449—454.
2. Band L.E. "Extraction of Channel Networks and Topographic Parameters from Digital Elevation Data." *Channel Network Hydrology*. Chichester: Wiley, 1993, pp. 13—42.
3. Beven K.J., Kirkby M.J. "A Physically-Based Variable Contributing Area Model of Basin Hydrology." *Hydrological Science Bulletin* 24.1 (1979): 43—69.
4. Burbank D.W., Anderson R.S. *Tectonic Geomorphology*. Chichester: Wiley–Blackwell, 2012. 454 p.
5. Cayley A. "On Contour and Slope Lines." *The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. Series 4* 18.120 (1859): 264—268.
6. Clarke J.I. "Morphometry from Maps." *Essays in Geomorphology*. London: Heinemann, 1966, pp. 235—274.
7. Clarke K.C. "Scale-Based Simulation of Topographic Relief." *American Cartographer* 15.2 (1988): 173—181.
8. Deng Y. "New Trends in Digital Terrain Analysis: Landform Definition, Representation, and Classification." *Progress in Physical Geography* 31.4 (2007): 405—419.
9. Evans I.S. "General Geomorphometry, Derivations of Altitude, and Descriptive Statistics." *Spatial Analysis in Geomorphology*. London: Methuen, 1972, pp. 17—90.
10. Evans I.S. *Statistical Characterization of Altitude Matrices by Computer. An Integrated System of Terrain Analysis and Slope Mapping. The Final Report on Grant DA-ERO-591-73-G0040*. Durham: University of Durham, 1979. 192 p.
11. Farr T.G., Rosen P.A., Caro E., Crippen R., Duren R., Hensley S., Kobrick M., Paller M., Rodriguez E., Roth L., Seal D., Shaffer S., Shimada J., Umland J., Werner M., Oskin M., Burbank D., Alsdorf D. "The Shuttle Radar Topography Mission." *Reviews of Geophysics* 45 (2007): RG2004.
12. Florinsky I.V. "Combined Analysis of Digital Terrain Models and Remotely Sensed Data in Landscape Investigations." *Progress in Physical Geography* 22.1 (1998): 33—60.
13. Florinsky I.V. "Computation of the Third-Order Partial Derivatives from a Digital Elevation Model." *International Journal of Geographical Information Science* 23.2 (2009): 213—231.
14. Florinsky I.V. "Derivation of Topographic Variables from a Digital Elevation Model Given by a Spheroidal Trapezoidal Grid." *International Journal of Geographical Information Science* 12.8 (1998): 829—852.
15. Florinsky I.V. *Digital Terrain Analysis in Soil Science and Geology*. Amsterdam: Academic Press, 2012. 379 p.
16. Florinsky I.V., Pankratov A.N. "Digital Terrain Modeling with Orthogonal Polynomials." *Machine Learning and Data Analysis* 1.12 (2015): 1647—1659.
17. Franklin J. "Predictive Vegetation Mapping: Geographic Modelling of Biospatial Patterns in Relation to Environmental Gradients." *Progress in Physical Geography* 19.4 (1995): 474—499.
18. Freeman T.G. "Calculating Catchment Area with Divergent Flow Based on a Regular Grid." *Computers and Geosciences* 17.3 (1991): 413—422.
19. Gauss C.F. "Disquisitiones Generales Circa Superficies Curvas." *Commentationes Societatis Regiae Scientiarum Gottingensis Recentiores* 6 (1828): 99—146.
20. Geiger R. *The Climate Near the Ground*. Cambridge: Harvard University Press, 1966. 611 p.
21. Gerrard A.J. *Soils and Landforms. An Integration of Geomorphology and Pedology*. London: George Allen and Unwin, 1981. 219 p.
22. Hengl T., Reuter H.I., eds. *Geomorphometry: Concepts, Software, Applications*. Amsterdam: Elsevier, 2009. 796 p.
23. Horn B.K.P. "Hill Shading and the Reflectance Map." *Proceedings of the IEEE* 69.1 (1981): 14—47.
24. Horton R.E. "Erosional Development of Streams and Their Drainage Basins, Hydrophysical Approach to Quantitative Morphology." *Geological Society of America Bulletin* 56.3 (1945): 275—370.
25. Jenny B. "An Interactive Approach to Analytical Relief Shading." *Cartographica* 38.1–2 (2001): 67—75.
26. King D., Bourennane H., Isambert M., Macaire J.J. "Relationship of the Presence of a Non-Calcareous Clay-Loam Horizon to DEM Attributes in a Gently Sloping Area." *Geoderma* 89.1–2 (1999): 95—111.
27. Kirkby M.J., Chorley R.J. "Throughflow, Overland Flow and Erosion." *Bulletin of the International Association of Scientific Hydrology* 12.3 (1967): 5—21.
28. Krcho J. "Morphometric Analysis of Relief on the Basis of Geometric Aspect of Field Theory." *Acta Geographica Universitatis Comenianae. Geographico-Physica* 1 (1973): 7—233.
29. Krcho J. "Teoretická koncepcia a interdisciplinárne aplikácie komplexného digitálneho modelu reliéfu pri modelovaní dvojdimenzionálnych polí." *Geografický Časopis* 35.3 (1983): 265—291.

30. Li Z., Zhu Q., Gold C. *Digital Terrain Modeling: Principles and Methodology*. New York: CRC Press, 2005. 323 p.
31. Mark D.M. "Geomorphometric Parameters: A Review and Evaluation." *Geografiska Annaler. Series A* 57.3–4 (1975): 165—177.
32. Martz L.W., de Jong E. "CATCH: A Fortran Program for Measuring Catchment Area from Digital Elevation Models." *Computers and Geosciences* 14.5 (1988): 627—640.
33. McCullagh M.J. "Terrain and Surface Modelling Systems: Theory and Practice." *Photogrammetric Record* 12.72 (1988): 747—779.
34. Moore I.D., Grayson R.B., Ladson A.R. "Digital Terrain Modelling: A Review of Hydrological, Geomorphological and Biological Applications." *Hydrological Processes* 5.1 (1991): 3—30.
35. O'Callaghan J.F., Mark D.M. "The Extraction of Drainage Networks from Digital Elevation Data." *Computer Vision, Graphics, and Image Processing* 28.3 (1984): 323—344.
36. Penck W. *Morphological Analysis of Land Forms. A Contribution to Physical Geology*. London: Macmillan, 1953. 429 p.
37. Pogorelov A.V. *Differential Geometry*. Moscow: Nauka Publisher, 1974. 176 p. (In Russian).
38. Quinn P.F., Beven K.J., Chevallier P., Planchon O. "The Prediction of Hillslope Flowpaths for Distributed Modelling Using Digital Terrain Models." *Hydrological Processes* 5.1 (1991): 59—80.
39. Rosenberg P. "Information Theory and Electronic Photogrammetry." *Photogrammetric Engineering* 21.4 (1955): 543—555.
40. Shary P.A. "Land Surface in Gravity Points Classification by a Complete System of Curvatures." *Mathematical Geology* 27.3 (1995): 373—390.
41. Shary P.A. "The Second Derivative Topographic Method." *The Geometry of the Earth Surface Structures*. Pushchino: Pushchino Research Centre Publisher, 1991, pp. 30—60. (In Russian).
42. Shary P.A., Sharaya L.S., Mitusov A.V. "Fundamental Quantitative Methods of Land Surface Analysis." *Geoderma* 107.1–2 (2002): 1—32.
43. Shary P.A., Sharaya L.S., Mitusov A.V. "The Problem of Scale-Specific and Scale-Free Approaches in Geomorphometry." *Geografia Fisica e Dinamica Quaternaria* 28.1 (2005): 81—101.
44. Shary P.A., Stepanov I.N. "Application of the Method of Second Derivatives in Geology." *Doklady Earth Sciences* 320.7 (1991): 87—92. (In Russian).
45. Speight J.G. "A Parametric Approach to Landform Regions." *Progress in Geomorphology: Papers in Honour of D.L. Linton*. London: Institute of British Geographers. 1974, pp. 213–230.
46. Speight J.G. "The Role of Topography in Controlling Throughflow Generation: A Discussion." *Earth Surface Processes* 5.2 (1980): 187—191.
47. Strahler A.N. "Quantitative Analysis of Watershed Geomorphology." *Transactions of the American Geophysical Union* 38.6 (1957): 913—920.
48. Tarboton D.G. "A New Method for the Determination of Flow Directions and Upslope Areas in Grid Digital Elevation Models. *Water Resources Research* 33.2 (1997): 309—319.
49. USGS. *Earth Explorer*. Sioux Fall: Earth Resources Observation and Science (EROS) Center, U.S. Geological Survey, 2015. Web. <http://earthexplorer.usgs.gov>.
50. Wilson J.P., Gallant J.C., eds. *Terrain Analysis: Principles and Applications*. New York: Wiley, 2000. 479 p.
51. Young T. "An Essay on the Cohesion of Fluids." *Philosophical Transactions of Royal Society of London. Pt I* 95 (1805): 65—87.
52. Zevenbergen L.W., Thorne C.R. "Quantitative Analysis of Land Surface Topography." *Earth Surface Processes and Landforms* 12.1 (1987): 47—56.

Cite MLA 7:
Florinsky, I. V. "An Illustrated Introduction to Geomorphometry." *Electronic Scientific Edition Almanac Space and Time* 11.1 ('The Earth Planet System') (2016). Web. <2227-9490e-aprovr_e-ast11-1.2016.71>. (In Russian).