ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В НЕКОТОРЫХ БИОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

ВОЗМОЖНАЯ РОЛЬ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭВОЛЮЦИИ

А. М. МОЛЧАНОВ

Математический институт им. В. А. Стеклова АН СССР

Доорганическая эволюция. Теория Дарвина имела решающее значение для объяснения принципов эволюции в живой природе. Сейчас накоплено, по-видимому, немало фактов, позволяющих утверждать, что эти общие принципы приложимы и к доорганической эволюции.

Мысль о том, что эволюция живого является продолжением (и ускорением) эволюции неживого, не является, разумеется, ни в малейшей мере новой. Непросто, однако, сформулировать в терминах физики и химии (а в идеале — в математических терминах) такие понятия, как «естественный отбор», «индивид».

В статье делается попытка сформулировать некоторые важные понятия эволюционной теории на математическом языке, точнее, на языке теории дифференциальных уравнений.

Что может быть общего у теории эволюции с дифференциальными уравнениями? Возникает естественный вопрос, почему вообще нужно формулировать эти понятия на языке, имеющем, казалось бы, весьма малое отношение к рассматриваемой теме.

Теория эволюции имеет дело прежде всего с такими понятиями, как индивид и вид. Существуют ли на языке дифференциальных уравнений соответствующие понятия? Постараемся сначала (в максимально абстрактных терминах) сформулировать понятие индивида.

Индивид. Индивид — это, по-видимому, такой объект (совершенно не обязательно живой), который можно выделить из окружения, противопоставить среде, изучать в какой-то мере независимо от всего остального, «индивидуально». На первый взгляд кажется, что это соответствует ближе всего физическому понятию «замкнутая система». Однако это не так.

Колебательные процессы в биологических и химических системах. М.: Наука, 1967.

В чем же отличительное, определяющее свойство индивида? Весьма правдоподобно выглядит предположение, что таким определяющим свойством индивида является информационная замкнутость системы.

Это означает следующее.

Индивид может (и должен) обмениваться энергией и веществом с окружающей средой, но этот обмен в основном определяется внутренним состоянием самого индивида, а не состоянием окружающей среды.

Состояние индивида. Индивид обладает некоторым множеством состояний, причем переход из одного состояния в другое определяется только его собственным или его предшествующим состояниями. Множество состояний, которые возможны для индивида, может быть очень велико (оно задается большим числом переменных) для сложных систем. К счастью, переменные обычно устроены иерархично. Это значит, что состояние в основном определяется небольшим числом главных переменных, а остальные описывают лишь менее существенные детали. Более того, если сосредоточить внимание на какой-нибудь детали, то она в свою очередь определяется небольшим числом переменных, а остальные — пусть и в большом количестве — снова мало существенны.

Сказанное позволяет считать, что для многих задач вполне достаточно описания индивида системой небольшого числа обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx}{dt} = A(x).$$

Разберем некоторые из возможных возражений против такой постановки вопроса.

Первое возражение. Индивидом может быть автомат [1], поведение которого описывается не системой дифференциальных уравнений, а дискретной схемой, алгоритмом.

Дискретные модели. Если речь идет о реальной машине, физически реализованном автомате, то совершенно ясно, что алгоритмическое, дискретное описание есть не что иное, как удобная разрывная идеализация непрерывных, но весьма резких изменений, происходящих в таком приборе.

Если же алгоритм задан абстрактно, то весьма правдоподобна, хотя, по-видимому, никем не доказана, теорема о том, что любой такой алгоритм может быть интерпретирован как алгоритм численного решения для некоторого дифференциального уравнения. Поясним на простом примере это предположение. Пусть автомат имеет n состояний $S_1, \ldots, S_n$, которые он проходит

---

[1] Автомат по Эшби (*Эшби*. Введение в кибернетику. ИЛ, 1960).

циклически $S_k \to S_{k+1}$, $S_n \to S_1$. Тогда такой автомат есть часть автомата, реализующего разностную схему для уравнений гармонического осциллятора

$$\dot{x} = -y,$$
$$\dot{y} = x.$$

Рассмотрим теперь общий автомат. Он задается конечным множеством состояний, соединенных стрелками, которые показывают переходы. Почти очевидно, что множество можно расположить в пространстве и дополнить до непрерывного векторного поля во всем пространстве, т. е. включить в непрерывную динамическую систему [1].

Хотя и не вполне точно, но можно сказать, что дискретные автоматы расположены среди обыкновенных дифференциальных уравнений так же, как рациональные числа среди действительных.

Память. Второе возражение — индивид может обладать памятью. Его поведение может определяться не только состоянием в данный момент, но и предшествующими моментами, т. е. его историей. Пример такого поведения моделируется интегро-дифференциальным уравнением

$$\frac{dx}{dt} = \int_0^t K(x)\,d\tau.$$

В этом случае поведение системы с памятью эквивалентно поведению системы без памяти, но более широкой. Действительно, обозначим интеграл в правой части одной буквой

$$\int_0^t K(x(\tau))\,d\tau = y.$$

Тогда система записывается в виде

$$\frac{dx}{dt} = y,$$
$$\frac{dy}{dt} = K(x).$$

По-видимому, при любом разумном определении «памяти» включение памяти [2] в «динамические переменные» системы порождает

[1] Возможность обратного включения (приближенного, конечно) доказывается ежедневно опытом многих программистов, интегрирующих дифференциальные уравнения на электронных вычислительных машинах, являющихся классическим примером дискретного автомата.

[2] Яркий пример — «собака и автомобиль» — содержится в цитированной выше книге Эшби (стр. 168).

более широкую систему без памяти и с детерминированным поведением. С точки зрения дифференциальных уравнений, это утверждение близко по духу (двойственно) к утверждению о том, что система уравнений высокого порядка может быть сведена к системе первого порядка увеличением числа переменных.

Математик мог бы предложить (возражения третье и четвертое) модель «индивида», которая описывается разностными уравнениями или уравнениями с запаздывающим аргументом. Эти возражения есть просто варианты первых двух возражений.

Распределенные параметры. Возражение пятое состоит в следующем. Система может иметь бесконечно большое число степеней свободы. Тогда для описания ее поведения могут, например, понадобиться дифференциальные уравнения в частных производных. Об этом в сущности уже шла речь выше, когда разбирался вопрос о множестве состояний индивида.

В математике основным приемом решения задач с большим (и даже бесконечным) числом степеней свободы является аппроксимация задачи аналогичной задачей с меньшим (небольшим) числом степеней свободы. Разложение по собственным функциям, разложение в ряды, отыскание параметров в вариационных задачах, разностные схемы — все это в сущности есть аппроксимация «бесконечномерной» задачи более простой конечномерной. Успех этих методов показывает, что определяющих параметров бывает обычно немного. В тех же случаях, когда равноправных параметров в самом деле много, это нередко означает, что задача плохо поставлена и, вводя параметры иначе, мы опять-таки выделяем небольшое число определяющих переменных. Типичный пример такой ситуации — движение большого числа одинаковых частиц, когда введение (вместо необозримого количества переменных — координат и импульсов частиц) разумных общих величин — давления и плотности — позволяет просто ответить на основные вопросы о поведении такой системы в целом [1].

Равноправие моделей. Следовательно, хотя и существуют весьма различные математические модели поведения индивида (дискретные, непрерывные с памятью, с конечным и бесконечным числом степеней свободы и т. д.), все они, по-видимому, эквивалентны в том случае, когда любую из них можно аппроксимировать какой угодно другой с любой степенью точности. Поэтому за основу можно выбрать ту, которая больше по вкусу. Различия между ними могут иметь решающее значение при исследовании конкретных задач, но весьма мало существенны при методологическом анализе. Всюду в дальнейшем принята модель обыкновенных дифференциальных уравнений.

[1] Цена, которую мы платим за такое построение,— отказ от рассмотрения поведения отдельных частиц,— может оказаться слишком высокой в некоторых важных случаях.

Абстрактная схема и реальный объект. Итак, пусть поведение индивида описывается системой обыкновенных[1] дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = A(x).$$

Здесь x — вектор, имеющий несколько компонент, а функция $A(x)$ — векторная функция векторного аргумента [2]. Смысл компонент вектора x может быть очень разный и решающим образом зависит не только от того, какой индивид изучается, но и от того, с какой точки зрения и даже от того, на каких масштабах времени происходит изучение.

Допустим, что речь идет о живом существе, например млекопитающем. Если наше рассмотрение ограничено небольшими временами (порядка нескольких минут), то главными являются дыхание и работа сердца. На таких интервалах времени остальные функции (в физиологическом смысле этого слова) можно, по-видимому, считать постоянными (в математическом смысле этого слова), индивид достаточно хорошо моделируется сердцем и легкими, изучаемыми изолированно. В нашу задачу не входит сейчас обсуждение вопроса о том, как дальше строится физическая, а затем и математическая модель сердца — сошлемся на классические работы Ван дер Поля и его последователей. Заметим только, что в данном случае выделение существенных переменных индивида имеет морфологический смысл.

Орган-модель. Сердце локализовано не только функционально, но и геометрически. Последнее, разумеется, совершенно не обязательно. Если речь идет о газообмене, то сеть капилляров является органом — и соответственно моделью индивида в данном отношении,— локализованным только функционально, но отнюдь не объемно.

Если изучать поведение животного на больших отрезках времени, например порядка суток, то в первом приближении определяющими будут параметры, относящиеся к деятельности органов пищеварения. На таких временах лучшая модель животного — желудок. Другие функции организма могут считаться постоянными при этом рассмотрении.

Весьма любопытно сравнить прямо противоположные причины, по которым можно не учитывать различные отправления. «Долгопериодические» функции (такие, например, как размножение), имеющие масштабы времени порядка года или месяца, не успевают существенно измениться в пределах суток. Другие,

[1] Уравнения, правые части которых не содержат явно времени, носят выразительное название «автономных».

[2] $A(x)$, в частности, может быть линейной функцией и тогда $A = \frac{\partial A(x)}{\partial x}$ есть квадратная матрица.

«быстрые», как-то дыхание, меняются столь быстро, что имеют значения только средние по большому числу их собственных периодов [1].

Некоторые выводы. Беглый анализ, проведенный выше, приводит к следующим полезным идеям.

1. Хорошей моделью индивида часто является его собственный орган.

Слово «орган» следует понимать в его общем, так сказать, «кибернетическом» смысле. Например, мотор является одним из органов автомобиля, станок — органом цеха, арифметическое устройство — орган вычислительной машины, щель для монет — органом телефона-автомата.

2. Один и тот же реальный индивид может моделироваться совершенно разными моделями при изучении его на различных масштабах пространства и времени.

Так, в небесной механике земля — материальная точка, а при изучении сейсмических свойств — шар или даже полупространство.

Атом в элементарной кинетической теории газов — твердый шарик, а в теории взаимодействия вещества с излучением — квантовая система, описываемая уравнениями в частных производных.

3. Существуют индивиды, представляющие собой иерархию колебательных систем, «вложенных» друг в друга, по крайней мере в смысле масштабов времени. При моделировании таких систем необходимо спрашивать себя, «о каких масштабах времени идет речь?», и учитывать только те переменные, периоды которых сравнимы с изучаемым масштабом. Медленные переменные можно считать постоянными, а от быстрых останутся только их средние значения [2].

Устойчивость, неустойчивость и колебания. Если считать убедительными аргументы в пользу того, что каждому индивиду соответствует моделирующая его система дифференциальных уравнений, то ниоткуда не следует, что любой системе отвечает некий индивид.

Рассмотрим, например, систему уравнений, у которой есть одно-единственное состояние равновесия и притом устойчивое.

---

[1] Пример из другой области: пусть индивид — это гейзер, рассматриваемый на временах порядка нескольких извержений. Тогда условия, в которых он работает,— сечение и длина питающего канала, температура на входе, атмосферное давление на выходе и т. д.—можно считать постоянными. Осреднение по быстрым изменениям давления и других переменных приводит к простой релаксационной модели гейзера. Ясно, что в принципе механизм работы гейзера тот же, что и у неоновой лампы, хотя совсем непросто установить соответствие между параметрами этих моделей.

[2] Статистические схемы возникают, как правило, при отбрасывании быстрых переменных. Поэтому всегда можно говорить прямо об «осреднении» по мере в фазовом пространстве, избегая более чем двусмысленного и дискредитированного философскими спекуляциями термина «вероятность».

Кажется, что это пример хорошей модели хорошо уравновешенного индивида. Однако если вдуматься поглубже, то окажется, что такая система не отвечает нашему интуитивному представлению об индивиде. Ведь индивид что-то делает, с ним что-то происходит, он меняет свое состояние. Если же он приходит в одно-единственное состояние, то интуитивно это воспринимается как гибель системы. Система приходит в состояние устойчивого равновесия и перестает быть системой, способной к движению. Другой, противоположный случай,— когда система неустойчива, также не отвечает представлению об индивиде, ибо означает в сущности прогрессирующую несовместимость частей системы, приводящую ее к распаду.

Лучше всего представлению об индивиде, как о системе, которая, с одной стороны, сохраняет свое строение, а с другой — способна к внутреннему движению, отвечают поэтому колебательные системы.

Большие промежутки времени. Итак, системы, описывающие индивид, должны быть колебательными системами. Это утверждение можно понять еще следующим образом.

Пусть когда-то давным-давно существовали разнообразные объекты. С тех пор прошло много времени, протекли миллиарды лет. Какие объекты остались с тех давних времен, кто выдержал испытание временем?

Устойчивые? Нет, так как они давно уравновесились, стали частью среды. Вспомним, что относительное постоянство является отличительной чертой именно среды.

Неустойчивые? Нет, так как они распались.

Следовательно, имеют шанс «выжить», сохраниться только колебательные системы, процессы и объекты.

Этому утверждению противоречит на первый взгляд несомненное существование неустойчивых объектов. Ярким примером активного, неустойчивого объекта является свободный кислород атмосферы. Но мы знаем[1], что кислород — не что иное, как продукт жизнедеятельности морских водорослей (на 90%) и вообще зеленых растений (на 10%).

По-видимому, в такой среде, как Земля, которая громадное количество времени находится в состоянии слабопеременного «проточного» (излучение Солнца!) равновесия, неустойчивые объекты могут существовать только как постоянно возобновляемый продукт деятельности нейтральных колебательных систем.

Уточнение. Переменные и параметры. В математической модели индивида его поведение всегда одинаково и ни от чего не за-

---

[1] «Физика и химия жизни», ИЛ, 1960, стр. 34. Темп возобновления 10^{-4} за год. Это значит, что за время существования фотосинтеза (10^9 лет) водоросли 100 тыс. раз упрямо возвращали в атмосферу каждую молекулу O_2.

висит. Но поведение реального индивида будет различным в различных средах. Можно попытаться учесть это обстоятельство, вводя зависимость правых частей от дополнительных переменных параметров

$$\frac{dx}{dt} = A(x, \alpha).$$

Параметр α подобно переменному x является вектором, число компонент которого, вообще говоря, никак не связано с числом компонент вектора x. Естественно считать, что индивид не перестает быть индивидом и притом тем же самым[1] индивидом, если параметры немного изменились. Обойдем молчанием весьма щекотливый вопрос о том, что такое «немного», и разберем подробнее смысл и роль параметров α.

Индивид и среда. Будем помещать индивид в различные среды. До тех пор, пока он вообще в состоянии работать как индивид, среды классифицируются только по результатам их воздействия на индивид. Пока изучается данный индивид, объем и форма информации, необходимой для предсказания поведения индивида, определяются только строением индивида и ничем больше. Если, в частности, среда такова, что ее воздействие на индивид не меняет параметра α, то такую среду следует считать постоянной. Возьмем такой классический прибор, как термометр. В чем смысл измерения температуры? В том, по-видимому, что значение температуры позволяет предсказать какие-то явления. Так, если температура ниже нуля, то вода замерзает, а если выше нуля, то лед тает. Стоит подчеркнуть, что предсказываются только финальные состояния, а не детали переходящего процесса.

Напрашивается естественное обобщение.

Если имеется любой индивид, то стационарные значения его параметров α следует рассматривать как обобщенную «температуру» среды.

Такое словоупотребление подчеркивает два важных обстоятельства. Первые — обычная температура характеризует не только и не столько среду, сколько поведение очень простых «скалярных» систем в этой среде. Второе — чем сложнее изучаемый индивид, тем более сложной является «температура», характеризующая его равновесие со средой. Так, например, при задании химической системы нужно задавать не только температуру, но и химический потенциал.

---

[1] Говорят, правда, что в прошлом веке один французский художник изобразил Луи-Филиппа в виде перезревшей, готовой упасть груши. Представ перед судом, он с непостижимой быстротой набросал семнадцать рисунков, самый левый из которых был несомненный Луи-Филипп, а самый правый столь же несомненная груша, и попросил суд точно указать ему, где именно надлежало остановиться, дабы избежать оскорбления величества.

Необходимость разнообразных «термодинамик». Сказанное приводит к выводу, что термодинамика (на редкость неудачный термин, значительно точнее было бы — «термостатика») есть наука о равновесных средах для максимально простых индивидов, имеющих один-единственный параметр — внутреннюю энергию.

В этом смысле обычная термодинамика является, конечно, наиболее универсальной теорией, но именно по этой причине она почти бесполезна для изучения сколько-нибудь сложных систем [1], она для такого изучения просто-напросто слишком груба.

С изложенных позиций представляется поэтому заранее обреченной на неудачу любая попытка объяснить принципами типа «минимум потока энтропии», поведение не только живых, но даже сколько-нибудь сложных неживых систем.

Сложные системы не характеризуются только энтропией или вообще одним (каким угодно) числом именно потому, что уже задание равновесных сред [2] требует задания всех параметров α. Разумеется, в число этих параметров входят и температура и химический потенциал, но может быть еще и много других параметров.

Резюмируем. Равновесие индивида со средой характеризуется значениями его внутренних параметров α. Простейшие (энергетические) системы требуют для своего описания только одного параметра — температуры. Более сложные системы содержат наряду с температурой и другие параметры, а в наиболее тонких случаях энергетические представления и, в частности, энтропия могут оказаться второстепенными.

Учет среды в математической модели. Всю «литературную» модель индивида в среде, на которую истрачено несколько страниц, можно «ужать» до двух строчек уравнений:

$$\frac{dx}{dt} = A(x, \alpha),$$
$$\frac{d\alpha}{dt} = \varepsilon B(x, \alpha).$$

Эта запись весьма содержательна. Здесь проведено четкое разделение переменных индивида и его параметров. Указано, что такое разделение имеет точный смысл только при $\varepsilon = 0$, а при малых ε оно носит только асимптотический характер. Наличие малого параметра подчеркивает главное: влияние среды есть процесс значительно более медленный, чем внутренние изменения индивида. В такой модели предположена довольно вы-

---

[1] Существуют соединения, стереоизомеры которых ядовиты. Никакое вычисление энтропии не поможет уберечься от яда, так как энтропия не знает «где лево, а где право».

[2] Подчеркнем, речь идет о равновесной среде, т. е. о постоянстве параметров α, а не о равновесии (т. е. постоянстве x) индивида, так как, с нашей точки зрения, равновесие индивида равносильно его гибели.

сокая степень общности: влияние среды зависит от состояния индивида, так как правая часть уравнения для α зависит и от α и от x. Это может приводить к появлению предпочтительных состояний. Более подробно этот тонкий вопрос здесь разбираться не будет. Однако один важный аспект следует разобрать уже сейчас.

В простейших случаях, например при устойчивом периодическом режиме быстрых движений $x(t)$, можно показать, что вместо параметра α допустимо ввести новый параметр β по формуле

$$\beta = \alpha + \varepsilon P(x, \alpha, \varepsilon),$$

после чего систему можно записать в виде

$$\frac{dx}{dt} = A(x, \beta)$$
$$\frac{d\beta}{dt} = \varepsilon B(\beta),$$

т. е. убрать быстрые переменные x из системы для медленных переменных. Это весьма важный факт.

Мера индивидуальности индивида. Формула для β особенно выразительно подчеркивает приближенный характер противопоставления параметров индивида его «внутренним» переменным. Довольно ясно, что это прямо относится к главному вопросу о самой возможности выделения индивида из среды. Однако сейчас мы в состоянии изъясняться уже более точно. Малый параметр ε дает количественную меру точности, с которой можно говорить об индивиде. Этому параметру можно придать более наглядный смысл, заметив, что $n = \frac{1}{\varepsilon}$ дает по порядку величины число периодов собственных колебаний, за которые происходят существенные (порядка единицы) изменения параметров. Это число довольно точно соответствует понятию «добротность» в радиотехнике, где оно, к слову сказать, обычно имеет величину порядка 10^4. Таким образом, «мера неиндивидуальности» ε есть обратная величина «добротности». Любопытно сравнить добротность таких индивидов, как человек, Земля и электронная вычислительная машина. В качестве основного периода возьмем биение сердца, один год и время выполнения элементарной операции; а за большой интервал выберем среднюю продолжительность жизни, время существования Земли и время между двумя сбоями. Получается, что Земля имеет добротность 10^{10}, человек 10^9 и машина 10^6. Самое главное, что все это очень большие числа.

Вернемся к системе уравнений. Во многих вопросах интересуются только изменением параметров индивида. В этих случаях естественно оставить только уравнение для β

$$\frac{d\beta}{d\tau} = B(\beta),$$

введя, конечно, медленное «эволюционное»[1] время

$$\tau = \varepsilon t,$$

так как время t, связанное с быстрыми переменными x, не характерно для медленных изменений параметров. Произошло расщепление системы, выделение независимой системы для медленных переменных. Это расщепление, имеющее принципиальное значение, часто является источником терминологической путаницы. Так, например, говорят о стационарных, да еще устойчивых[2] состояниях индивида. На самом же деле речь идет о стационарных значениях параметров α, а вовсе не о стационарных значениях x, что означало бы гибель индивида.

Сложность системы и колебания. Важную роль колебательных систем можно понять и с нашей новой точки зрения. Будем помещать индивид в различные среды, т. е. менять α. Система дифференциальных уравнений движения[3] имеет обычно положение равновесия, т. е. точку x_0, для которой $A(x_0) = 0$. Характер стационарной точки зависит, конечно, от параметра α. В частности, величины действительных частей собственных значений линеаризованной системы[4] также будут функциями параметров α. Приравняем нулю[5] одну из действительных частей

$$p(\alpha) = \operatorname{Re} \lambda(\alpha) = 0.$$

Даже если параметр α всего один, это уравнение, вообще говоря, имеет решение. Корни уравнения определяют критические значения параметра, при которых система может попадать в колебательные режимы, так как собственные значения будут чисто мнимыми. Если параметров α не один, а два, то можно рассчитывать на получение двухчастотных колебаний и т. д.

---

[1] Во избежание недоразумений заметим, что здесь термин «эволюция» относится к медленным изменениям индивида (например, возрастные изменения). О связи эволюции индивида и вида см. ниже.

[2] Нередки снисходительные усмешки по поводу тех, кто не понимает, что «в природе реализуются только устойчивые состояния». Автор смиренно сознается, что относится к числу еретиков, полагающих, что индивиду нет решительно никакой надобности находиться в «устойчивом» состоянии. Индивиду куда больше смысла сделать устойчивыми как раз такие значения внешних (так сказать «защитных») параметров α, при которых он имел бы максимальную внутреннюю свободу. Автор склонен видеть в количестве независимых частот, которые имеют внутреннее движение, меру этой внутренней свободы, меру сложности организации индивида.

[3] «Механистическая» привычка! Следовало бы говорить об уравнениях поведения.

[4] Примечание для нематематиков. Эти три родительных падежа подряд соответствуют (читать надо с конца!) трем обрядам, которые совершаются при исследовании на устойчивость: 1) систему линеаризуют; 2) вычисляют собственные числа; 3) берут действительные части этих собственных чисел. После того как это проделано, ответ иногда получается, иногда не получается.

[5] Это как раз тот случай, о котором в предыдущей сноске было сказано «иногда не получается».

Итак, в пространстве параметров имеются поверхности (меньшего числа измерений), каждая точка которых определяет систему, обладающую сложным, в частности, колебательным движением. Ясно, что поведение[1] индивида будет тем более сложным, чем бо́льшим количеством внутренних параметров он располагает.

Возникает следующая картина. В пространстве параметров существуют точки, которым соответствует очень простое поведение индивида — например, гибель, так как соответствующая система уравнений обладает одним устойчивым состоянием.

Существует, однако, поверхность, на которой возникает колебательное поведение. В точках, близких к этой границе (со стороны гибели), индивид хотя и гибнет, но это происходит по типу колебательного разряда. Чем ближе к границе, тем дольше длятся колебания, пока, наконец, на самой границе они не становятся чисто периодическими.

Механизмы усложнения. Переход системы через критическую границу имеет принципиальное значение. Становится ясным прежде всего, что разделение переменных на параметры и внутренние переменные имеет только асимптотический (предельный при $\varepsilon \to 0$) смысл. Более того, получается, что в математической модели уже заложена возможность усложнения индивида.

В самом деле, при переходе через критическую границу система приобретает лишнюю колебательную степень свободы, так как одно из переменных, имевших ранее свойство параметра (оно стремилось уравновеситься), становится теперь равноправным внутренним колебательным переменным.

Более внимательный анализ приводит к выводу, что уравнения подсказывают по крайней мере два механизма усложнения, которые могут иметь эволюционное значение.

«*Биорезонанс*». Первый из них состоит в том, что индивид попадает на границу устойчивости по одному из своих эволюционирующих параметров. Очень соблазнительно интерпретировать этот переход как попадание индивида в «трудные[2] условия».

Но если все предыдущее верно, то возникает следующая увлекательная возможность.

Самый факт попадания в трудные условия может создавать предпосылки для преодоления этих трудных условий. В самом деле, если несколько индивидов попали в колебательный режим, то созданы условия для возникновения резонанса, причем возникающее объединение имеет, так сказать, многоклеточный характер.

---

[1] Заметим, что точке в пространстве параметров α отвечает траектория (поведение) в пространстве состояний x. Очень важно не путать эти два типа переменных.

[2] Можно думать, что рассмотрение проточных систем приведет к утверждению, что при довольно широких предположениях увеличение «нагрузки» на проточную систему вызывает появление колебательных режимов.

Конечно, такой резонанс не обязательно означает усложнение организации. Может случиться, что из двух «резонирующих» индивидов один просто существует за счет другого: происходит, например, необратимая перекачка энергии из одного маятника в другой.

Но может случиться и так, что в результате получится более сложная организация. Очень интересна математическая задача — выяснить условия, при которых в модели может происходить это замечательное явление.

Релаксационные колебания. Есть другая интересная возможность эволюционного усложнения организации. Представим себе систему типа химической, жизнедеятельность которой подавляется конечными продуктами этой жизнедеятельности. Пусть, далее, есть другая система, для которой эти продукты являются исходным материалом, условием ее работы.

В этом случае явления развиваются, так сказать, в обратном порядке.

Сначала возникают резкие релаксационные колебания, так как использование «связующего» продукта носит случайный характер. Грубо говоря, второй индивид «где-то бродит» потому, например, что первый выдает еще слишком мало продукции[1] и «с нее сыт не будешь».

Затем система налаживается и резкие колебания сглаживаются, переходя, в идеале, к ровной стационарной работе.

Один индивид или два? Внимательный читатель уже заметил, вероятно, что совершается некий «обман» — все время речь шла только об одном индивиде, а сейчас их оказалось уже два. Однако в формальной математической схеме никакого противоречия нет. Эта схема оказывается достаточно богатой и гибкой, чтобы включить в себя на равных правах обе схемы: и последовательного и параллельного объединения.

Математически это выглядит так: если у нас есть «n» индивидов сорта x и столько же индивидов сорта y, то мы объявляем «компаунд-индивидом» просто пару $z = (x, y)$ и уравнения для z_k записываются вполне аналогично уравнениям для x_k.

Поэтому, когда в математической модели ожидается возникновение нового индивида из двух старых, можно считать, что все время есть один сложный индивид. Только в одних предельных условиях (например, при $t \to -\infty$) единая система распадается на две независимые, а в других (при $t \to +\infty$) может потерять смысл разбиение системы на части.

Такой прием изучения сложных систем давно известен в физике. Хороший тому пример — метод активированного комплекса в квантовой химии.

---

[1] А выдает он ее мало потому, что его вóвремя от нее не освобождают.

Затягивание среды. Выход индивида на критическую границу независимо от того, как именно этот выход происходит, может иметь еще одну интерпретацию. Мы различаем внешние и внутренние переменные. При качественном скачке, когда индивид становится другим, часть бывших внешних параметров становится внутренними параметрами. Таким, образом, новый индивид можно рассматривать как старый индивид, присоединивший[1] к себе часть среды. Такое закрепление оптимальной среды — вещь весьма обоюдоострая: жить, конечно, стало легче, но зато теперь необходимо защищать это благоприобретение. Эта необходимость может стать стимулом новой экспансии, и так — до тех пор, пока центробежные факторы не уравновесят центростремительные.

Морфология и кинетика. В заключение бегло коснемся интересного вопроса о связи строения и функционирования.

Колебательные системы, являющиеся предметом рассмотрения, как правило, как-то «устроены». У них есть обычно пространственно разделенные специализированные части. Тот же гейзер имеет подводящий канал, полость, где происходят вскипание и выход в атмосферу — явная пространственная гетерогенность, которая и является причиной колебаний.

Несомненно, что сейчас причина колебаний — гетерогенность. Но что послужило причиной появления самой гетерогенности? Ведь гейзер сам себя устроил. Вытекала горячая вода, охлаждалась, попадая на поверхность, выпадали отложения, которые и создали структуру гейзера.

Если даже такая «монотонная» кинетика способна к созданию структур, то какова же формообразующая роль колебательных химических реакций?

Напрашивается вывод: *нынешняя структура — следствие вчерашней кинетики. Биологические структуры есть морфологическое закрепление кинетических свойств больших молекул*[2]. Форма этого высказывания, возможно, излишне категорична. Однако, суть дела состоит в том, что в эволюционном аспекте изучение кинетики есть вместе с тем изучение морфологии (или наоборот). Совсем непросто, конечно, в каждом конкретном[3] случае увидеть, как именно кинетика порождает структуру, но от этого задача не становится менее важной.

---

[1] Затягивание среды не есть выдумка математика. Приведем два интересных примера. Кровь животных по солевому составу близка морской воде — миллиард лет носим мы в себе родимую стихию. Другой пример — термиты, которые, добравшись до средних широт, дотащили в термитниках температуру и влажность тропического пояса.

[2] Большие молекулы в свою очередь представляют собой материализованную кинетику малых молекул.

[3] Например, волнующая задача о физиологическом значении конформационных движений ферментов.

Что же сказано в статье? Выдвинуто предположение, что в теории нелинейных колебаний существует задача, очень близкая по духу к общим задачам эволюционной теории.

Это — задача о поведении на больших временах ($t \sim \frac{1}{\varepsilon}$) или даже больше) решений системы уравнений вида:

$$\frac{dx}{dt} = A_0(x) + \varepsilon A_1(x, \varepsilon).$$

Основная часть статьи посвящена переводу на язык уравнений важнейших понятий теории эволюции. Смысл этой деятельности автор видит в том, что каждое переведенное таким образом понятие вырвано тем самым из цепких объятий «биологической специфики». За ним сразу выстраивается вереница физических, химических и даже экономических объектов, которые оказываются «гомологичными» математической модели.

Существуют прямо противоположные точки зрения на то, как далеко может быть продвинут аксиоматический метод в изучении биологических явлений. Одни считают, что можно промоделировать все, другие — что ничего. Точка зрения автора состоит в том, что «все» моделировать невозможно да и не нужно, а вот «главное» нужно стремиться аксиоматизировать.

Если понимать под «главным» поведение систем в критических ситуациях, то обычно оказывается — если угодно, в этом и состоит «символ веры»,— что поведение системы бывает критическим по небольшому числу переменных, критические явления могут быть хорошо описаны довольно простыми моделями.

С заключительным замечанием согласятся, вероятно, и сторонники математической «неописуемости» живых систем.

Чем дальше будет продвинута работа по моделированию, тем яснее мы будем понимать, что же есть «истинно биологического» в живых системах, такого, что не поддается уж никакому химико-физико-математическому описанию.

ОБСУЖДЕНИЕ

Б. В. Вольтер. Я хочу сказать несколько слов о связи «трудных условий» и колебательных режимов. Это, возможно, будет еще одним примером к сообщению А. М. Молчанова.

Занимаясь автоматизацией самых различных химических реакторов, мы неоднократно наблюдали их в колебательных режимах. Чаще всего такие режимы появлялись вблизи границы допустимых условий работы, т. е. тогда, когда реактор оказывался в «трудных условиях».

Для большинства реакторов полного смешения статическая характеристика (например, зависимость температуры в реакторе от температуры входной смеси) имеет два экстремума, являющиеся точками бифуркации, которые можно назвать критическими или «трудными точками». Если входную температуру поднимать выше максимума статической характеристики, то произойдет срыв режима, что часто носит характер теплового взрыва. Если охлаждать входную смесь ниже минимума статической характеристики, то реакция заглохнет. Поэтому точки бифуркации можно считать относящимися к трудным условиям. Интересно, что колебательные режимы появляются вблизи точек бифуркации.